PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 1. 1. Januar 1919. Redaktionsschluß für No. 2 am 2. Januar 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Holm u. Th. Krüger, Zur Erklärung des Hittorfschen Kathodendunkelraumes einer Glimmentladung. S. 1.

H. Holthusen, Bestimmung des Streuungskoeffizienten von Röntgenstrahlen. S. 5.

K. Lichtenecker, Ableitung des quantentheoretischen Ansatzes für die Entropie ohne Zuhilfenahme der Stirlingschen Formel. S. 12.

M. Jona, Die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante einiger Gase und Dämpfe. S. 14.

R. Fürth, Statistik und Wahrscheinlichkeitsnachwirkung. S. 21.

O. Martienssen, Zur Entwicklungsgeschichte des Kreiselkompasses. S. 21.

Besprechungen:

L. Graetz, Lehrbuch der Physik. S. 22.

H. Brick, Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. S. 23.

Zu M. Plancks sechzigstem Geburtstag. S. 23.

E. Gumlich, Leitfaden der magnetischen Messungen. S. 24.

M. Gerbel, Die Grundgesetze der Wärmestrahlung und ihre Anwendung auf Dampfkessel mit Innenfeuerung. S. 24.

Personalien. S. 24.

Gesuche. S. 24.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Erklärung des Hittorfschen Kathodendunkelraumes einer Glimmentladung.

Von Ragnar Holm und Thea Krüger.

Mit Tafel I.

Wir haben die folgenden Versuche angestellt, um diejenige Theorie des Hittorfschen Dunkelraumes und des Saumes einer Glimmentladung, welche der eine von uns früher veröffentlicht hat[1]), experimentell zu prüfen.

§ 1. Beobachtung am Hittorfschen (oder ersten) Dunkelraum einer Glimmentladung.

Zunächst haben wir, wie schon früher der eine von uns[2]), Spektralaufnahmen vom Lichte des ersten Dunkelraumes und der Umgebung des Glimmlichtsaumes gemacht. Von diesen Teilen der Entladungsbahn wurde durch ein photographisches Objektiv ein Bild auf den Spalt eines Spektrographen[3]) so geworfen, daß die Achse des Spektrographen in der Ebene der Kathodenoberfläche lag, und die Richtung des Spaltes senkrecht zu dieser war. Die Entfernung Objektiv-Glimmsaum war so gewählt, daß der Öffnungswinkel des in das Objektiv hineintretenden Lichtbündels sehr klein wurde (1^0—$1{,}5^0$). Dies sollte bewirken, daß trotz der Tiefe des Gegenstandes (Rohrdurchmesser = 2 cm) ein scharfes Bild des Glimmsaumes entstand. Als Füllgas diente teils H_2 teils N_2. Das Resultat der Aufnahmen zeigt die Tabelle I.

Tabelle I.

	In nächster Nähe der *Al*-Kathode. (Erste Kathodenschicht.)	Im Dunkelraum	Im Glimmlichtsaum und dem anschließenden neg. Glimmlicht.
In H_2 Linienspektrum	stark	stark, mit einem schwachen Stärkeminimum	stark, im Glimmlicht abnehmend
Viellinienspektrum	deutlich	sehr schwach	vom Saum an plötzlich stark
Kontinuierl. Spektrum	unsicher	nichts	schwach
Al-Linien	3944 u. 3962 Å deutlich	nichts	nichts
Hg-Linien	nichts	nichts	4359 deutlich, ein Stück hinter dem Saum anfangend
In N_2 Negatives Bandenspektrum	sehr stark	etwas geschwächt, innerhalb des Dunkelraumes wieder zunehmend	sehr stark
Positives Bandenspektrum	stark	nichts	stark
Al-Linien	3944 u. 3962 Å deutlich	nichts	nichts
Sonstige fremde Linien	einige deutlich	nichts	nichts

§ 2. Beobachtungen an künstlichen Dunkelräumen.

Weitere Beobachtungen machten wir mit dem in Fig. 1 schematisch gezeichneten Rohr. K bedeutet eine Wehneltkathode. Das Potential ihrer einen Klemme sei mit Null be-

1) R. Holm, diese Zeitschr. **16**, 20—30, 1915, sowie § 9 der vorangehenden Abhandlung (diese Zeitschr. 19, 555, 1918).

2) R. Holm, diese Zeitschr. **16**, 22, 1915; vgl. auch Göttinger Abh. Math.-Phys. Klasse. N. F. Band IV, Nr. 2, 1908, Anfang § 46.

3) Der betreffende Spektrograph wurde uns freundlichst von Herrn Prof. E. Gehrcke aus der Instrumentensammlung der Phys.-Techn. Reichsanstalt zur Verfügung gestellt.

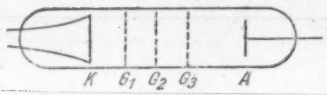


Fig. 1.

zeichnet. Das der andern hatte während des Heizens etwas weniger als zwei Volt. G_1, G_2, G_3 sind drei Netze aus 0,1 mm dicken *Pt*-Drähten mit 1 mm Maschenweite und einem Abstand von 8 mm untereinander. Der Abstand G_1—K war 5 mm. Der Rohrdurchmesser betrug 50 mm. Die Spektralaufnahmen wurden mit dem vorher erwähnten Spektrographen gemacht unter ganz ähnlichen Aufnahmebedingungen. Das Netz G_1 wurde dauernd auf etwas weniger als 10 Volt gehalten. Die Anode A war mit G_2 verbunden, so daß das Feld zwischen G_3 und A nur äußerst schwach sein konnte.

Die Potentiale der Netze G_2 und G_3 wurden variiert. Dabei entstanden verschiedene Entladungsphänomene. Zwei für uns besonders wichtige sind in Fig. 2 schematisiert gezeigt. *a*, *b* und *c* bedeuten drei Lichtsorten, über

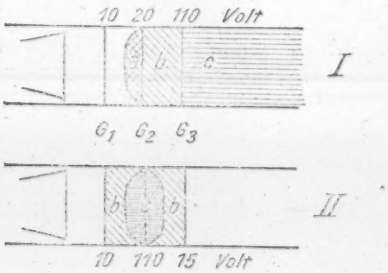


Fig. 2.

deren Farben und spektralen Verschiedenheiten weiter unten die Rede sein soll.

Bei der besonderen Bestimmung der Geschwindigkeitspotentiale, welche die Elektronen besitzen müssen, um Licht von der Sorte *a* zu erregen, wurde das zwischen G_2 und G_3 entstehende Licht beobachtet, während G_2 und G_3 miteinander leitend verbunden waren und die in der Tabelle II angegebene Spannung bekamen. Die angegebenen Spannungen sind also nicht gegen die hier kleinen Differenzen zwischen Netzspannung und Spannung zwischen den Maschen und nicht gegen den Spannungsabfall in der Kathode korrigiert.

Die Form Fig. 2 I zeigt sich, wenn G_2 eine Spannung von etwa 20 Volt, G_3 von mindestens etwa 80 Volt in H_2 bekommt, während in N_2 die Spannung von G_2 dieselbe bleibt und G_3 mindestens etwa 60 Volt bekommt. Zwischen G_1 und G_2 von einer Stelle mit vermutlich 15 bis 18 Volt ab bis zum Netz G_2 tritt ein kräftiges Leuchten *a* auf, zwischen G_2 und G_3 sieht man einen schwach mit violett-blauem *b*-Licht leuchtenden, künstlichen Dunkelraum. Die Spannung, die an G_3 angelegt werden muß, damit ein solcher Dunkelraum deutlich entsteht, ist sehr unscharf definiert, was zum Teil auf störenden Raumladungen beruht. Hinter G_3 ist wieder ein kräftig leuchtendes Gebiet, *c*-Licht. Dieses wird von schnellen und langsamen Elektronen erregt.

Die Form Fig. 2 II zeigt sich, wenn G_1 und G_3 beide kleine, G_2 eine größere Spannung hat. Die *b*- und *c*-Lichtsorten treten annähernd so, wie die Abbildung zeigt, auf. Der für die Erscheinungen I und II geeignete Gasdruck war etwa 0,05 mm *Hg*. Die Stromstärken betrugen 0,5 bis $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Amp.

Die Zusammensetzung der Lichtsorten *a*, *b*, *c* war folgende:

Tabelle II.

in H_2:

a-Licht: Von etwa 13 bis 14 Volt ab bläulich; nach nicht ganz sicheren Beobachtungen hauptsächlich kontinuierliches Spektrum. Von 18 Volt ab rötlich, Viellinien- und kontinuierliches Spektrum.
von 27—28 Volt ab kommt H_γ hinzu,
von 30—31 Volt ab kommt H_β hinzu;

b-Licht: Von einem Gradienten 100 Volt/cm ab wird das Viellinienspektrum sehr geschwächt. Dabei ist das Linienspektrum kräftig, während das kontinuierliche Spektrum fehlt.

c-Licht: Linien- und Viellinienspektrum kräftig: vielleicht auch schwaches kontinuierliches Spektrum;

in N_2:

a-Licht: Von etwa 12,8 bis 14 Volt ab bis 18 Volt hinauf gelb. Es besteht dabei hauptsächlich aus den ersten Deslandresschen Bandengruppen 6600—6250 Å, 6100—5700 Å, 5500—5320 Å; von 18 Volt ab wird es rötlich und das ganze positive Bandenspektrum erscheint. Von 25 bis 25,5 Volt ab kommen dann noch die negativen Banden dazu.

b-Licht: Von einem Gradienten 80 Volt/cm ab tritt nur das negative Bandenspektrum auf.

c-Licht: Negative und positive Banden.

Die Spektraltafel (I) zeigt zehn unserer Aufnahmen, die obere Reihe mit H_2, die untere mit N_2-Füllung. Nr. 1, 2, 6 und 7 sind Aufnahmen vom ersten Dunkelraum und negativen Glimmlicht einer Glimmentladung, die anderen mit Ausnahme von 5 und 10 sind Aufnahmen mit künstlichen Dunkelräumen, und zwar sind Nr. 3, 4 und 8 Aufnahmen von Entladungserscheinungen der Art I, während Nr. 9 eine solche der Art II ist. Bei Nr. 4 war die H_2-Füllung mit etwas N_2 gemischt, bei 8 und 9 der N_2 mit wenig H_2 verunreinigt. Die Aufnahmen 5 und 10 zeigen die Spektren der positiven Schichten zum Vergleich mit den übrigen. Das von Stark[1]) beschriebene und gedeutete kontinuierliche Spektrum ist in Aufnahme 5 kräftig vertreten. Die Spektren Nr. 1, 2, 6 und 7 sind links von der Kathode, Nr. 5 und 10 links von der Anode begrenzt. An den übrigen Spektren zeigen sich die Netze als Querschatten. Die Aufnahmen haben alle dieselbe Skala mit Ausnahme von Nr. 5, deren Skala ein wenig kleiner als die der übrigen ist. Ein Versuch mit Querfeldern zu arbeiten, mußte infolge äußerer Umstände aufgegeben werden. Ein Erfolg wäre auch zweifelhaft, weil, wie Prof. Seeliger bemerkt hat, die Verschiebung des Ionisationsgebiets bei Querfeldern zu unübersichtlichen Feldformen führt.

§ 3. Deutung der Beobachtungen.

Nach der erwähnten Holmschen Theorie ist das von einem Ionisationsgebiet ausgesandte Licht nicht nur durch die Anzahl der Stöße und die Geschwindigkeit der stoßenden Elektronen bzw. Ionen bestimmt, sondern es ist auch von der Feldstärke abhängig. Wenn an einer Stelle das Feld so kräftig ist, daß es das Kleben und die davon abhängige Wiedervereinigung getrennter Elektronen und Ionen verhindert, so fällt dort das mit der Wiedervereinigung verbundene Licht fort, es entsteht ein „Dunkelraum".

Die Frage nach den Trägern der Spektren ist noch nicht geklärt. Die vielseitig begründeten Ansichten J. Starks stehen im Gegensatz zu den Annahmen, die auf dem Bohr-Debye-Sommerfeldschen Atommodell fußen. Zu diesen Streitfragen soll hier keine Stellung genommen werden, und es wird nicht versucht, die von uns gemachten Annahmen bestimmten Atommodellen anzupassen. Die beobachteten Spektren sollen von der Holmschen Wiedervereinigungstheorie ausgehend erklärt werden, frei von hierfür überflüssigen Zutaten. Es wird hier angenommen:

Durch langsame Elektronen (Geschwindigkeit unter 18 Volt) erzeugte Ionen entsenden bei Wiedervereinigung zum neutralen Molekül in H_2 ein bläuliches Licht, von vermutlich kontinuierlichem Spektrum, in N_2 die rotgelben Banden zwischen 6600 und 5320 Å.

Durch etwas schnellere Elektronen (Geschwindigkeit 18 bis etwa 30 Volt) erzeugte Ionen entsenden bei Wiedervereinigung in H_2 das Vielliniensprektrum, in N_2 die bekannten grünen bis ultravioletten, sog. positiven Banden.

Die genannten Spektren können auch ohne vorangehende vollständige Dissoziation bei der Wiederherstellung des neutralen Moleküls nach teilweiser Lockerung des Gebildes emittiert werden. Eine solche Lockerung kann vermutlich durch Elektronenstoß und besonders auch durch Kanalstrahlenstoß zustande gebracht werden.

Die Wiedervereinigung freier Elektronen und Ionen geschieht in zwei Stufen und kann durch starke Felder verhindert werden. Der Gradient muß dann größer als etwa 50 bis 100 Volt/cm sein. (Vgl. die vorangehende Arbeit — diese Zeitschr. 19, 555, 1918 — § 3 und 9.)

Das Balmersche Spektrum des Wasserstoffs (bzw. das negative Bandenspektrum des Stickstoffs) wird von Elektronen mit mehr als 28 bis 30 (bzw. 25) Volt Geschwindigkeitspotential und besonders durch schnellere Kanalstrahlen erzeugt[1]). Es entsteht nicht bei der Wiedervereinigung freier Ionen.

Durch diese Annahmen erklären sich unsere Beobachtungen (Spektrogramm 1, 2, 6, 7) am Dunkelraum und am Saume einer Glimmentladung, so wie es in § 9 der hier vorangehenden Abhandlung auseinandergesetzt ist. Die zum großen (bzw. größten) Teil gerade bei der Wiedervereinigung entstehenden Spektren (Vielliniensprektrum bzw. positive Banden) werden im Dunkelraum vom dortigen starken Feld mehr oder weniger vollständig ausgelöscht und setzen am Saum wieder plötzlich stark ein. Die *H*-Linien und die negativen *N*-Banden werden in der ersten Kathodenschicht von den Kanalstrahlen stark erregt. Die schnellen Elektronen im Dunkelraum erzeugen sie auch, und zwar infolge der Zunahme des Elektronenstromes, in nach dem Saume zu allmählich wachsender

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **52**, 255, 1917; auch Jahrb. der Radioakt. **14**, 139, 1917.

1) Die Verschiedenheiten der betr. Träger interessieren uns hier nicht.

Stärke. Etwa in der Mitte des Dunkelraumes bleibt also für diese Linien und Banden ein Gebiet mit kleiner Intensität[1]). Die Linien reichen, zunächst ungeschwächt, in das neg. Glimmlicht hinein.

Die Erscheinung der Fig. 2 I erklärt sich auch durch die gemachten Annahmen. Zwischen den Netzen G_1 und G_2 fängt die Ionisation und das Leuchten an einer Stelle an, wo das Potential etwa 13 bis 18 Volt beträgt. Das durch die Stöße der langsamen Elektronen und durch die Wiedervereinigung erzeugte Licht kommt hierbei zum Vorschein. Zwischen G_2 und G_3 im *b*-Gebiet herrscht ein starkes Feld, wodurch ein „Dunkelraum" bedingt ist. Das beim Stoßen etwas schnellerer Elektronen (über 25 bis 30 Volt) entsandte Licht gehört zu den Lichtsorten *b* und *c*. In H_2 kommt in beiden Gebieten, obwohl schwächer, auch das beim Stoßen langsamerer Elektronen erzeugte Licht vor (Wiederherstellung nach Lockerung). Im schwachfeldigen *c*-Gebiet hinter G_3 tritt neben dem übrigen auch Wiedervereinigungs-Licht auf, wodurch sich das *c*-Gebiet vom *b*-Gebiet abhebt, ähnlich wie sich das Glimmlicht vom Hittorfschen Dunkelraum abhebt.

Ein von Kanalstrahlen erzeugtes Licht konnte mit einiger Sicherheit nur bei hohen G_2-Potentialen, also bei den entsprechend recht schnellen Kanalstrahlen, festgestellt werden. Wir bekamen nämlich bei hohen G_2-Potentialen zuweilen eine den ganzen Raum von der Kathode bis über G_3 hinaus füllende Leuchterscheinung. Dabei wurde vermutlich das die Kathode umgebende aus *a*- bzw. *c*-Licht bestehende Leuchten von Kanalstrahlen erzeugt.

Die Erscheinung, Fig. 2 II, erklärt sich ebenfalls auf diese Art. Im ganzen Gebiet zwischen G_1 und G_3 würde, wenn keine Raumladungen vorhanden wären, ein starkes, einen Dunkelraum bedingendes Feld herrschen. In Wirklichkeit wird der Dunkelraum auf das in der Abbildung schwach schattierte *b*-Gebiet zusammengedrängt, weil wegen der starken Ionisation um G_2 herum ein starkleitendes, schwachfeldiges Gebiet geschaffen wird, in welchem Wiedervereinigung stattfinden kann.

Es ist nicht von vornherein klar, daß die obige Erklärung die richtige, einzig mögliche ist. Vor allen Dingen muß geprüft werden, ob die Lichtsorten *a*, *b*, *c* nicht in Übereinstimmung mit der Auffassung von J. Stark und Gehrcke und Seeliger[2]) nur als Funktionen der Elektronengeschwindigkeit gedeutet werden können. Gegen eine solche Deutung, also für die Holmsche Theorie, sprechen einige Umstände, die jetzt geschildert werden sollen.

Der Dunkelraum im Falle I kann, bei etwa 0,05 mm Druck, geeigneter Stromstärke und Spannung von der in Fig. 2 angegebenen Größe, die an G_3 auch höher sein kann, sehr scharf[1]) an dem zwischen den Netzebenen G_2 und G_3 vorhandenen starkfeldigen Gebiet begrenzt werden. Dabei ist dasjenige Licht, wodurch sich *a* und *c* von *b* abheben, gerade von der Sorte, die nach der erwähnten Auffassung von langsamen Elektronen erzeugt werden müßte.

Wir behaupten: Das Auftreten von Elektronen mit gewissen kleinen Geschwindigkeiten kann in den vorliegenden Fällen nicht so streng begrenzt sein, daß dadurch die erwähnte Schärfe der Dunkelraumgrenzen erklärlich wird. Bezüglich der Grenze G_3 kann der Beweis für diese Behauptung so gestaltet werden, wie in § 8 der vorangehenden Arbeit der Beweis, daß die Theorie der ausschließlich von der Geschwindigkeit der stoßenden Elektronen abhängigen Spektren nicht die Schärfe des Glimmlichtsaumes erklären kann. Man beachte hierbei, daß bei den Versuchsverhältnissen der Abstand der Netze G_2 und G_3 nur $^1/_2$ mittlere freie Elektronenweglänge betrug.

Die scharfe Grenze bei G_2 ist ohne die Holmsche Theorie deswegen unverständlich, weil die dort anlangenden langsamen Elektronen nicht mit einheitlicher Geschwindigkeit ankommen und nicht plötzlich alle eine viel höhere Geschwindigkeit dort bekommen können. Daß der Geschwindigkeitszuwachs hinter G_2 tatsächlich ein allmählicher ist, zeigt sich besonders deutlich im Spektrogramm 3. Dort hat im ganzen Gebiet $G_2 G_3$ das Viellinienspektrum dieselbe Stärke, was darauf schließen läßt, daß die Stoßdichte auf dem Wege von G_2 bis G_3 sich wenig ändert. Die Linien H_β und H_γ wachsen aber auf dem Wege von G_2 nach G_3 ganz allmählich mit steigender mittlerer Elektronengeschwindigkeit empor zu größerer Stärke.

Beachtenswert ist, daß das *c*-Licht im ganzen, etwa 5 freie Elektronenweglängen umfassenden *c*-Gebiet dieselbe Zusammensetzung hat. Noch auffallender ist, daß bei einer Glimmentladung das ganze negative Glimmlicht mit Ausnahme des Saumgebiets ein gleichartig zusammengesetztes Licht ausstrahlt. Die letzt-

1) Dieses Intensitätsminimum ist in den Originalaufnahmen bei sowohl *H*- wie *N*-Spektren deutlich. Bei den Reproduktionen ist es nur in den *N*-Spektren deutlich.

2) E. Gehrcke u. R. Seeliger, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 14, 335 u. 1023, 1912; R. Seeliger, diese Zeitschr. 16, 55, 1915.

1) Bedeutend schärfer als nach den Spektralaufnahmen zu beurteilen, da während der Belichtungszeit die Erscheinung nicht ganz konstant blieb.

erwähnten Tatsachen wären schwer begreiflich, wenn die betreffenden verschiedenen Spektren unmittelbar beim Stoß von verschieden schnellen, verschieden kräftig absorbierten Elektronen erzeugt würden, welche doch wohl alle außerhalb des betr. Gebiets ihre Geschwindigkeiten bekommen haben. Das Verhältnis zwischen der von langsamen und der von schnellen Elektronen erzeugten Lichtintensität müßte ja am Saum viel größer sein als am anderen Ende des Glimmlichts. Die Erklärung ist wohl darin zu suchen, daß die von Elektronen mit recht verschiedenen Geschwindigkeiten erzeugten Ionen bei der Wiedervereinigung zum neutralen Komplex dasselbe Spektrum aussenden, wie dies in § 9 der vorangehenden Arbeit ausgesprochen ist. Diesem Spektrum überlagert sich im c-Gebiet und im negativen Glimmlicht das beim Stoß unmittelbar (nicht bei Wiedervereinigung freier Ionen) erregte Licht.

Ein von positiven Ionen erzeugtes Leuchten konnte nicht bei unseren Versuchen störend auftreten und somit unsere obigen Schlußfolgerungen beeinträchtigen, denn die Erzeugung der Wiedervereinigungsspektren seitens positiver Ionen mit hier in Frage kommenden Geschwindigkeiten ist äußerst schwach, wenn sie überhaupt vorhanden ist. Dies folgt teils aus dem Vorhandensein des Dunkelraumes einer gewöhnlichen Glimmentladung an einer Stelle, wo viele Ionen mit den betreffenden Geschwindigkeiten passieren müssen, teils unmittelbar aus Beobachtungen von Seeliger[1]).

Wir meinen durch die hier besprochenen Versuche nicht die Holmsche Theorie des Wiedervereinigungsleuchtens bewiesen zu haben. Wir meinen aber, daß sie eine weitere Stütze dieser Theorie sind, die eine beachtenswerte Fähigkeit zur Erklärung des ersten Dunkelraumes der gewöhnlichen Glimmentladung gezeigt hat.

Die Versuche wurden teils im physikalischen Institut der Universität Berlin, teils im physikalisch-chemischen Laboratorium der Firma Siemens & Halske A.-G. Berlin gemacht. Den Herren H. Rubens, A. Wehnelt und H. Gerdien danken wir bestens, daß sie uns die Arbeit in den genannten Instituten gestatteten.

1) R. Seeliger, diese Zeitschr. 16, 55, 1915.

(Eingegangen 13. September 1918.)

Bestimmung des Streuungskoeffizienten von Röntgenstrahlen.

Von Hermann Holthusen.

Aus der Medizinischen Klinik Heidelberg.

Wenn ein Röntgenstrahlenbündel durch eine materielle Schicht fällt, so wird seine Intensität nicht nur dadurch verändert, daß ein Teil seiner Energie irgendwelche Transformationen erleidet, sondern es fehlen hinter der Schicht in dem Strahlenbündel auch alle die Strahlen, welche in der Schicht aus der Primärstrahlenrichtung abgelenkt wurden. Die Verminderung der Primärstrahlenenergie, soweit sie auf dem Wege über irgendeine Energietransformation stattfindet, bezeichnen wir als Absorption; wenn es sich um eine Ablenkung der Strahlen in andere Richtung handelt, sprechen wir von einer Streuung. Während die Intensität bei homogener Strahlung ohne weitere Einschränkung nach einem Exponentialgesetz abnimmt und durch Angabe eines konstanten μ, nämlich des Absorptionskoeffizienten, eindeutig bestimmt ist, gilt dasselbe für die Intensitätsabnahme durch Streuung nur bei einem Strahlenbündel mit kleinem Querschnitt. In diesem Falle wird die Strahlung durch Streuung ebenfalls nach einem exponentionellen Gesetz geschwächt und wir können nach Analogie des Absorptionskoeffizienten den Streuungskoeffizienten s als den auf die Masseneinheit umgerechneten Bruchteil der Strahlung definieren, der in einer dünnen Schicht dx aus der Primärstrahlenrichtung abgelenkt wird. Hat jedoch das Strahlenbündel einen größeren Querschnitt, so wird ein Teil der abgelenkten Primärstrahlen bei weiterem Durchgang durch die absorbierende Schicht wieder in die Primärstrahlenrichtung abgelenkt und die Abnahme der Intensität der Primärstrahlen durch Streuung erfolgt jetzt langsamer als es einem Exponentialgesetz entspricht, und um so langsamer, je größer der Querschnitt des Strahlenbündels ist.

Bei einer Absorptionsmessung durch Bestimmung der Intensität vor und hinter der absorbierenden Schicht messen wir also eine Größe, welche sich aus der eigentlichen Absorption, wie wir sie oben definiert haben, und aus der Streuung zusammensetzt und welche unter sonst gleichen Bedingungen von den geometrischen Verhältnissen bei der Messung (Querschnitt des Strahlenbündels) abhängig ist. Nur wenn man die Versuchsanordnung so trifft, daß man ein Strahlenbündel von kleinem Querschnitt benützt und die Entfernung des Absorptionskörpers vom Meßraum groß macht, erreicht man, daß die Wirkung der Streuung maximal wird, d. h., daß praktisch überhaupt

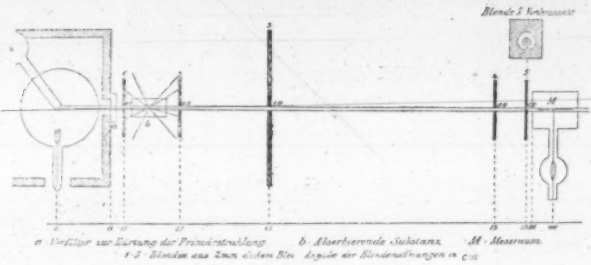


Fig. 1.

keine aus der primären Richtung abgelenkten Strahlen gemessen werden (in unserem Falle nur Strahlen von weniger als 1° Ablenkung) (Fig. 1). In diesem Falle setzt sich der aus der Schwächung der Primärstrahlung durch den absorbierenden Körper berechnete Gesamtmassenabsorptionskoeffizient g/ϱ zusammen aus dem Massenabsorptionskoeffizienten μ/ϱ und dem Massenstreuungskoeffizienten s/ϱ[1])

$$\frac{g}{\varrho} = \frac{\mu}{\varrho} + \frac{s}{\varrho} \qquad (1)$$

Die Bestimmung von μ/ϱ hat also, da wir nur g/ϱ messen können, die Kenntnis von s/ϱ zur Voraussetzung.

Über den Wert von s/ϱ sind eine Reihe von Angaben in der Literatur bekannt, die in hohem Maße voneinander abweichen und von 0,2 bis 1,18 schwanken[2]). Die Werte sind durch Bestimmung des Verhältnisses von gestreuter Strahlung zur Primärstrahlung unter verschiedenen Winkeln und Integration über den ganzen Raum unter Annahme bestimmter Verteilungsgesetze gewonnen. Neuerdings ist von Hull und Rice[3]) der Wert 0,12 für den Massenstreuungskoeffizienten angegeben worden. Diese Arbeit war mir leider im Original nicht zugänglich.

Von der Streuung ist ferner bekannt, daß sie dem Atomgewicht proportional ist, mit anderen Worten: daß gleiche Massen gleiche Mengen der Primärenergie streuen[4]). Wenigstens gilt das für Elemente, welche im periodischen System nahe beieinanderstehen. Beim Übergang von großen zu kleinen Wellenlängen soll nach Barkla[5]) der Massenstreuungskoeffizient auf das Mehrfache seines Wertes ansteigen. Die Untersuchung der Absorption von γ-Strahlen macht andererseits wahrscheinlich, daß für sehr kleine Impulsbreiten der Streuungskoeffizient wieder abnimmt. Nach den vorliegenden Zahlen erscheint eine erneute Bestimmung des Streuungskoeffizienten um so mehr gerechtfertigt, als eine genaue Bestimmung des Absorptionskoeffizienten μ/ϱ einer Substanz für eine bestimmte Röntgenstrahlung bei vielen Problemen der Röntgenstrahlentechnik eine ausschlaggebende Rolle spielt. Die Beantwortung der biologisch wichtigen Frage nach der von einem Gewebe absorbierten Energiemenge hat die Kenntnis seines Absorptionskoeffizienten zur Voraussetzung. In neuerer Zeit, in der sich das Bestreben geltend macht, auch für die technischen Röntgenstrahlen die Impulsbreite als Maß für die Härte der Strahlung einzuführen, gewinnt der Absorptionskoeffizient der Strahlung eine besondere Bedeutung durch die Beziehungen, die zwischen dem Absorptionskoeffizienten und der Wellenlänge einer Strahlung festgestellt sind[1]).

In den folgenden Untersuchungen wurde die Voraussetzung gemacht, daß:

1. der Massenstreuungskoeffizient für die untersuchten Elemente < 32 bzw. deren Verbindungen gleich groß ist;

2. das bekannte Verhältnis der μ/ϱ-Werte verschiedener Substanzen auch für die kleineren Wellenlängen des Röntgenspektrums konstant bleibt. Unter diesen beiden Voraussetzungen wurde durch Bestimmung des Gesamtabsorptionskoeffizienten für verschiedene Substanzen (Aluminium, Salpetersäure, Wasser, Kohle, Paraffin) mit der gefilterten homogenen Reststrahlung technischer Röntgenröhren und Glühkathodenröhren unter Anwendung der Formel (1) auf verschiedenen Wegen ein Wert des Massenstreuungskoeffizienten gefunden, welcher

1) Vgl. auch R. Glocker, diese Zeitschr. **18**, 302 u. 330, 1917.

2) C. G. Barkla u. C. A. Sadler, Phil. Mag. **17**, 739, 1909; J. A. Crowther, Proc. Roy. Soc. A. Vol. **85**, 29, 1911 und Vol. **86**, 478, 1912.

3) Hull u. Rice, Phys. Rev. **8**, 326, 1916.

4) C. G. Barkla, Phil. Mag. **5**, 685, 1903; J. A. Crowther, Phil. Mag. **14**, 653, 1907.

5) Zitiert nach G. Großmann, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen **22**, 4, 431, 1914.

1) W. Kossel, Verh. d. D. phys. Ges. **16**, 898, 1914; M. Siegbahn, diese Zeitschr. **15**, 753, 1914.

Tabelle I.

Substanz	Atomgewichte A	Ordnungszahl Z	Dichte	Ausrechnung nach Bragg: $\frac{Z^4}{A}$	Ausrechnung nach Bragg: Relativwerte bez. auf Al.	Ausrechnung nach Glocker: $Z^{2,58}$	Ausrechnung nach Glocker: Relativwerte bezogen auf Al.
Paraffin $CnH2n$	$C = 12$ $H = 1$	$C = 6$ $H = 1$	0,89	92,7	$\frac{1}{11,4}$ 0,0877	141,7	$\frac{1}{10,5}$ 0,095
Kohle	$C = 12$	$C = 6$	1,36	108	$\frac{1}{9,8}$ 0,102	165	$\frac{1}{9,06}$ 0,116
Wasser	$O = 16$ $H = 1$	$O = 8$ $H = 1$	1,00	228	$\frac{1}{4,64}$ 0,215	336	$\frac{1}{4,45}$ 0,225
Salpetersäure	$N = 14$ $O = 16$ $H = 1$	$N = 7$ $O = 8$ $H = 1$	1,2	235	$\frac{1}{4,50}$ 0,222	345	$\frac{1}{4,33}$ 0,231
Aluminium	$Al = 27,1$	$Al = 13$	2,7	1058	1 1	1495	1 1
Kupfer	$Cu = 63,57$	$Cu = 29$	8,9	11130	$\frac{1}{0,0951}$ 10,5	4720	$\frac{1}{0,102}$ 9,85

im Bereich einer Strahlung von $\mu/\varrho_{Al} = 0{,}6$ bis 0,15 zwischen 0,16 und 0,15 liegt. Bei einer Impulsbreite von etwa $\mu/\varrho_{Al} = 0{,}6$ hat die Streuung ein Maximum und nimmt sowohl für kleinere als auch für größere Impulsbreiten ab. Für Verbindungen, in deren elementarer Zusammensetzung der Wasserstoff eine Rolle spielt, wurde eine charakteristische Abweichung des Streuungskoeffizienten nach oben gefunden, welche durch Annahme einer doppelten Streuung des Wasserstoffatoms quantitativ erklärt werden kann.

Während der Durchführung der folgenden Untersuchungen erschien die Arbeit von Glocker[1]), in welcher umgekehrt durch Anwendung der Formel (1) auf Messungen von Hull und Rice unter Zugrundelegung des von ihnen gefundenen Streuungskoeffizienten 0,12 die Proportionalität zwischen den wahren Absorptionskoeffizienten zweier Körper im Gegensatz zu ihren Gesamtabsorptionskoeffizienten erwiesen wurde.

Der Verfasser kam zur Aufstellung einer Beziehung zwischen dem Massenabsorptionskoeffizienten, der Ordnungszahl der untersuchten Substanz und der Wellenlänge, welche für das Gebiet $\lambda \leqq \lambda_A$ die Form annimmt

$$\mu/\varrho = 0{,}0195 \times Z^{2,58} \times \lambda^{2,8}. \qquad (2)$$

Bei unserer Untersuchung wurde die von Bragg[2]) aufgestellte Beziehung zwischen der Atomabsorption und der Ordnungszahl, nach welcher die Atomabsorption proportional Z^4 ist, zugrunde gelegt. Gegenüber der Braggschen Formel, welche sich auf die Atomabsorption bezieht, hat der Ausdruck von Glocker den Nachteil, daß hier durch Einführung der Masse auf die ausschließliche Benutzung der Ordnungszahl als der für die Absorption maßgebenden Größe verzichtet wird. Die Unterschiede zwischen den Werten A des Verhältnisses zweier Absorptionskoeffizienten, wie sie sich durch Berechnung der Braggschen bzw. Glockerschen Formel ergeben, gehen aus Tabelle I hervor.

Sie werden mit steigendem Atomgewicht um so geringer, je mehr das Atomgewicht den doppelten Wert der Ordnungszahl übertrifft. Es wird sich zeigen, daß der Unterschied zwischen den nach Bragg und Glocker berechneten Werten für A keinen erheblichen Einfluß auf das Resultat der Berechnung des Streuungskoeffizienten hat.

I. Versuchsanordnung.

Vergleichbare Werte erhält man nur dann, wenn man mit einer homogenen Strahlung arbeitet. Diese Forderung ist auch bei Verwendung technischer Röhren erreichbar, wenn man die praktisch homogene Reststrahlung nach starker Vorfilterung benutzt. Im folgenden wurde die mit Aluminium oder Kupfer vorgefilterte und auf ihre Homogenität geprüfte[1]) Reststrahlung einer Glühkathodenröhre am Hochspannungsgleichrichter bzw. einer Müller-Siederöhre am Triplexinstrumentarium (Induktor mit Quecksilberunterbrecher) benutzt. Die Versuchsanordnung geht aus Fig. 1 hervor. Die Röntgenröhre war in einem allseitig geschlossenen Blendenschutzkasten aufgestellt, die Bleiblenden auf einer optischen Bank der Firma Zeiß montiert, der Meßraum, der an anderer Stelle[2]) genauer beschrieben werden soll, war nach dem Prinzip eines Zylinderkondensators gebaut. Damit die stabförmige Aluminium-Innenelektrode von 2 mm Durchmesser nicht von Strahlen getroffen werden konnte,

1) R. Glocker, diese Zeitschr. **19**, 66, 1918.
2) Zit. nach F. Voltz, Strahlenther. **8**, 337, 1918.

1) Durch Prüfung der Veränderung des Absorptionskoeffizienten bei weiterer Filterung.
2) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **28**, Heft 3 (im Druck).

war in Blende 5 das Zentrum des Strahlenkegels durch einen Bleikern ausgeblendet (s. Fig. 1). Der Meßraum und das Elektrometer waren allseitig von einem 2 mm dicken Bleigehäuse umgeben, welches nur an der Vorder- und Hinterseite einen Ausschnitt für das durchtretende Röntgenstrahlenbündel hatte. Das elektrische Feld lieferte die Stadtspannung, welche zur Erreichung von Sättigungsstrom völlig ausreicht. Die Ablesung wurde an einem Quarzfadenelektrometer von Spindler & Hoyer gemacht, dessen Empfindlichkeit etwa 1 Volt/Skalenteil betrug. Die Abmessungen und Abstände der Blenden waren so getroffen, daß im ungünstigsten Falle nur Strahlen von weniger als 1° (genau 57′) Ablenkung in den Meßraum gelangen konnten, also praktisch die Gesamtabschwächung durch Streuung zum Ausdruck kam.

II. Die untersuchten Substanzen.

Es kam darauf an, die Wirkung der Streuung im Verhältnis zur Absorption möglichst stark hervortreten zu lassen. Aus diesem Grunde wurden Elemente bzw. Verbindungen mit möglichst kleinem Atomgewicht untersucht. Da die Absorption der Röntgenstrahlen eine Atomeigenschaft ist, unabhängig vom Molekularverbande, so gehorcht die Absorption chemischer Verbindungen und Gemenge einem einfachen Additionsgesetz, und zwar ist, wenn M_1, M_2, M_3 ..... die Massen, Z_1, Z_2, Z_3 ... die Ordnungszahlen, A_1, A_2, A_3 ... die Atomgewichte bezeichnen,

$$\frac{M_1 \frac{Z^4_1}{A_1} + M_2 \frac{Z^4_2}{A_2} + \cdots}{M_1 + M_2 + \cdots}$$

der Ausdruck, welcher das relative Absorptionsvermögen in der betreffenden Verbindung darstellt und dem Ausdruck $\frac{Z^4}{A}$ der relativen Absorption eines Elements entspricht.

Bei der Auswahl der untersuchten Körper war der Gesichtspunkt maßgebend, möglichst die Eigenschaft derjenigen Atome festzustellen, welche sich an der Zusammensetzung der organischen Verbindungen, also auch des lebenden Gewebes, vorwiegend beteiligen, also in erster Linie C, O, H, N. Untersucht wurden Aluminium, Wasser, Salpetersäure, Kohle und Paraffin.

Für die Ausrechnung des relativen Absorptionsvermögens von Paraffin, einem Gemenge der höheren Homologe der Kohlenwasserstoffreihe wurde die Formel C_nH_{2n} benutzt. Der Unterschied zwischen dieser und der genaueren Formel C_nH_{2n+2} kommt bei größeren n nicht mehr in Betracht.

III. Die Versuche.

A. Berechnung von s/ϱ aus dem Gesamtabsorptionskoeffizienten.

Hat man den Absorptionskoeffizienten g/ϱ von zwei verschiedenen Elementen oder Verbindungen bestimmt, so gilt für den ersten absorbierenden Körper:

$$g/\varrho = \mu/\varrho + s/\varrho$$

für den zweiten absorbierenden Körper

$$g'/\varrho' = \mu'/\varrho' + s'/\varrho'.$$

Ferner ist nach Voraussetzung

$$s/\varrho = s'/\varrho' \text{ und } \mu/\varrho : \mu'/\varrho' = A,$$

wir erhalten

$$s/\varrho = s'/\varrho' = \frac{A\, g'/\varrho' - g/\varrho}{A - 1} \quad \ldots \quad (2)$$

Die nach dieser Formel berechneten Resultate (Tabelle II) zeigen gute Übereinstimmung für Kohle, Salpetersäure und Aluminium. Der Mittelwert des Streuungskoeffizienten bei einer Reihe von Untersuchungen beträgt 0,160. Es

Tabelle II.

1	2	3	4	5	6
Nr.	Halbwertschicht in mm Al	Aluminium μ/ϱ	Kohle μ/ϱ	Massenstreuungskoeffizient s/ϱ nach Bragg	nach Glocker
1	2,9	0,877	0,237	0,164	0,159
2	5,02	0,511	0,199	0,164	0,160
3	8,56	0,307	0,170	0,154	0,153
4	9,47	0,271	0,170	0,159	0,157
			Salpetersäure μ/ϱ		
5	2,9	0,877	0,324	0,163	0,158
6	5,02	0,511	0,231	0,151	0,147
7	8,36	0,307	0,186	0,152	0,150

fällt auf, daß bei kleinen Impulsbreiten die Werte des Streuungskoeffizienten die Tendenz haben, kleiner zu werden, doch ist die Abnahme des Streuungskoeffizienten mit der Härte eine geringe. Bei einem Vergleich von Aluminium mit Paraffin und Wasser ergibt die Ausrechnung nach der Formel 2 einen 10 bis 15 Proz. höheren Wert als für Kohle und Salpetersäure. Es liegt nahe, diese Abweichung nach oben mit der auch auf anderem Wege gefundenen [1]) abnorm hohen Streuung des Wasserstoffatoms in Zusammenhang zu bringen. In beiden Verbindungen H_2O und C_nH_{2n+2} macht

1) C. G. Barkla, Phil. Mag. **5**, 685, 1903; J. A. Crowther, Phil. Mag. **14**, 653, 1907.

der Wasserstoff sich als Masse trotz seines niedrigen Atomgewichts quantitativ geltend. Nimmt man an, daß der Massenstreuungskoeffizient für das Wasserstoffatom doppelt so groß ist wie für die übrigen Atome, so hat man den Massenstreuungskoeffizienten wasserstoffreier Körper für H_2O mit 1,1, für Paraffin mit 1,14 zu multiplizieren. Tabelle III zeigt, daß die unter

Tabelle III.

Nr.	Halbwertschicht	Aluminium μ/ϱ	Wasser μ/ϱ	μ/ϱ Wasser berechnet für $S/\varrho = 0{,}160$	μ/ϱ Wasser ber. für S/ϱ Wasser $= 0{,}178$
1	2,9	0,877	0,319	0,315	0,333
2	5,02	0,511	0,258	0,236	0,254
	8,36	0,439	0,234	0,220	0,238
3		0,307	0,212	0,192	0,210
			Paraffin μ/ϱ	μ/ϱ Paraffin ber. für $S/\varrho = 0{,}160$	μ/ϱ Paraffin ber. für S/ϱ Paraffin $= 0{,}182$
4	2,9	0,877	0,250	0,223	0,255
5	5,02	0,511	0,223	0,191	0,213
6	8,36	0,307	0,190	0,173	0,195
7	10,4	0,246	0,190	0,167	0,190

Zugrundelegung eines Massenstreuungskoeffizienten von 0,160 und unter Berücksichtigung des Faktors 1,1 bzw. 1,14 für Wasser und Paraffin gewonnenen Werte die gefundenen Abweichungen vollständig erklären.

Die naheliegende Frage, ob auch die Wasserstoffabsorption ähnliche Abweichungen zeigt, läßt sich durch die Untersuchungen der genannten wasserstoffhaltigen Substanzen nicht entscheiden; denn die absorbierende Wirkung des Wasserstoffanteils tritt beim Wasser gegenüber dem Sauerstoff, beim Paraffin gegenüber dem Kohlenstoff infolge der Proportionalität mit der 4. Potenz der Ordnungszahlen vollständig zurück. Legt man der Bestimmung von A die Formel von Glocker zugrunde, so werden die s/ϱ-Werte etwas kleiner. Daß die Unterschiede nur geringe sind, zeigt ein Vergleich von Kolonne 5 und 6 der Tabelle II.

B. Berechnung von s/ϱ durch Filterung mit äquivalenten Schichtdicken.

Gegen die mitgeteilten Untersuchungen läßt sich immerhin der Einwand machen, daß auch die untersuchte Reststrahlung nicht im spektralen Sinne homogen war, was zur Folge hat, daß der Absorptionskoeffizient von der Filterdicke abhängig ist und die Absorptionskoeffizienten zweier verschiedener Materialien sich nicht mehr aufeinander beziehen lassen.

Die Inhomogenität war, wie die Aluminiumabsorptionskurven der kupfergefilterten Strahlung ergaben, sicherlich sehr gering, aber sie war zumal bei der Glühkathodenröhre, deren Antikathode bekanntlich ein besonders komplexes Strahlengemisch aussendet, nicht vollständig zu vermeiden. Man kann jedoch bei geeigneter Versuchsanordnung den Streuungskoeffizienten auch für eine komplexe Strahlung ohne Bestimmung des Absorptionskoeffizienten messen.

Für jede der unendlich vielen einzelnen homogenen Komponenten einer komplexen Röntgenstrahlung gilt bei ihrer Absorption das Exponentialgesetz:

$$J = J_0 e^{-g d}, \text{ wobei } g = \mu + s \text{ ist.} \quad (3)$$

Nach Filterung einer komplexen Strahlung durch das Filter A von der Dicke d und den Absorptionskoeffizienten g_1, g_2, g_3 ..... für die verschiedenen Anteile der Strahlung ist deren Intensität:

$$J_A = J_{1,0}\, e^{-g_1 d} + J_{2,0} e^{-g_2 d} + J_{3,0} e^{-g_3 d} + \cdots\cdots$$

und nach Filterung derselben komplexen Strahlung durch das Filter B von der Dicke d' und dem Absorptionskoeffizienten g'_1, g'_2, g'_3

$$J_B = J_{1,0} e^{-g'_1 d'} + J_{2,0} e^{-g'_2 d'} + J_{3,0} e^{-g'_3 d'} + \cdots\cdots$$

Wenn sich s innerhalb des untersuchten Spektralbereiches nicht erheblich ändert, kann ich schreiben:

$$\frac{J_A}{J_B} = \frac{e^{-s d}[J_{1,0} e^{-\mu_1 d} + J_{2,0} e^{-\mu_2 d} + J_{3,0} e^{-\mu_3 d} + \cdots]}{e^{-s' d'}[J_{1,0} e^{-\mu'_1 d'} + J_{2,0} e^{-\mu'_2 d'} + J_{3,0} e^{-\mu'_3 d'} + \cdots]} \quad (4)$$

Wähle ich jetzt d und d' so, daß $d : d' = \mu'_1 : \mu_1$ ist und damit nach der früher gemachten Voraussetzung auch gleich $\mu'_2 : \mu_2$, $\mu'_3 : \mu_3$, so wird der in der Klammer befindliche Ausdruck im Zähler und Nenner gleich, und wenn ich das durch Messung bestimmte Verhältnis

$$\frac{J_A}{J_B} = C$$

setze, so erhalte ich

$$\frac{e^{-s d}}{e^{-s' d'}} = C \quad (5)$$

und wenn

$$\frac{s}{\varrho} = \frac{s'}{\varrho'}$$

ist:

$$\frac{s}{\varrho} = \frac{\log \text{nat}\, C}{(\varrho' d' - \varrho d)} \quad (6)$$

Der Absorptionskoeffizient fällt also aus der Rechnung vollständig fort und die Änderungen von C sind bei gleicher Dicke nur noch auf

Tabelle IV.

Nr.	Härte	s/ϱ Alum.	Schichtdicken Alum.	Kohle	Paraffin	$C\frac{\text{Aluminium}}{\text{Kohle}}$	$C\frac{\text{Aluminium}}{\text{Paraffin}}$	s/ϱ Kohle	s/ϱ Paraffin
1	1	3,03	1,0	20,5	3,25	1,36	1,43	0,122	0,135
2	3	1,87	„	„	„	1,44	1,56	0,147	0,163
3	5	1,56	„	„	„	1,51	1,64	0,164	0,180
4	7	0,75	„	„	„	1,58	1,80	0,181	0,222
5	8	0,60	„	„	„	1,53	1,73	0,170	0,189
6	9	0,37	„	„	„	1,47	1,64	0,153	0,181
7	10	0,30	„	„	„	1,41	1,59	0,140	0,171
8	1	3,03	1,5	39,5	52,0	1,53	1,70	0,120	0,124
9	3	1,87	„	„	„	1,69	1,95	0,147	0,157
10	5	1,56	„	„	„	1,88	2,20	0,175	0,185
11	8	0,75	„	„	„	1,80	2,19	0,164	0,183
12	10	0,60	„	„	„	1,72	2,10	0,151	0,174

Veränderungen von s zu beziehen. Bei dieser Methode der „Filterung mit äquivalenten Schichtdicken", wie man sie auch bezeichnen kann, bei welcher die Strahlung nicht streng homogen zu sein braucht, konnten die Untersuchungen über einen größeren Bereich und auf größere Impulsbreiten ausgedehnt werden[1]). Bei einer größeren Reihe von Versuchen mit verschiedenen Filtern und verschiedenen Filterdicken ergab sich übereinstimmend eine Änderung von C mit Veränderung des Härtegrades. Und zwar nimmt C mit abnehmender Impulsbreite zunächst zu, erreicht bei etwa $\mu/\varrho_{Al} = 0{,}6$ ein Maximum und nimmt von da an wieder ab (Tabelle IV).

Dieses Resultat kann erstens bedeuten, daß in der Formel (4) der in Klammern stehende Ausdruck nicht gleich 1 wird, und zwar wird die Abweichung von 1 um so größer, je weniger das Verhältnis der Filterdicken $d:d'$ dem Verhältnis $\mu':\mu$ entspricht und je weicher die Strahlung ist. Aber es müßte das Verhältnis von $\mu:\mu'$ wesentlich anders sein, als es in unseren Versuchen angenommen wurde, um die gefundenen Variationen von C zu erklären, jedenfalls müßten sie einsinnig sein. Dasselbe gilt für die zweite Möglichkeit, daß sich das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten in dem untersuchten Spektralbezirk wesentlich ändert. Bisher sprechen alle Erfahrungen für einen weitgehenden Gültigkeitsbereich des Gesetzes von der Konstanz des Verhältnisses der Absorptionskoeffizienten (Kossel, Glocker). Es bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, daß die Änderungen von C mit der Härte auf gleichsinnige Veränderungen von s/ϱ zu beziehen sind; dann besagen die Resultate der Tabelle III, daß der Streuungskoeffizient s/ϱ zwischen μ/ϱ_{Al} 1,5—0,6 ein Maximum hat und sowohl bei größeren als auch bei kleineren Impulsbreiten abnimmt. Zwischen μ/ϱ 0,6—0,3 stimmen die Werte für s/ϱ gut mit den aus der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten berechneten Werten überein. Der Widerspruch zwischen den Angaben von Barkla, der eine Zunahme des Streuungskoeffizienten mit steigender Härte fand und der Beobachtung von Ishino[1]), nach welcher für die sehr kurzwelligen γ-Strahlen ein Wert des Streuungskoeffizienten bestimmt wurde, welcher bei 0,026 liegt, findet so seine Erklärung. Denn die Barklaschen Beobachtungen wurden im Bereich einer Strahlung von 3 mm Halbwertschicht ($\mu/\varrho_{Al} = 0{,}855$) gemacht, also in einem Gebiet, in dem auch wir eine Zunahme des Streuungskoeffizienten fanden.

Auch eine Beobachtung, welche man bei der Analyse von Reststrahlungen nach Vorfilterung mit äquivalenten Schichtdicken verschiedener Substanzen machen kann, spricht in demselben Sinne. Wenn eine inhomogene Röntgenstrahlung absorbiert wird, so ist hinter dem absorbierenden Medium die Zusammensetzung der Strahlung eine andere als vor dem Filter, da die weichen langwelligen Strahlen stärker absorbiert werden als die harten kurzwelligen (Röntgensches Absorptionsgesetz). Setzt man voraus, daß die Absorptionskoeffizienten verschiedener Substanzen für verschiedene Wellenlängen einander proportional sind, so wird eine komplexe Röntgenstrahlung qualitativ und quantitativ immer dann in gleicher Weise durch Absorption verändert, wenn man Filter einschaltet, deren Massendichten sich umgekehrt verhalten wie die Absorptionskoeffizienten, d. h. welche äquivalent sind. In diesem Falle gilt die Formel (4), nach welcher bei gleicher Absorption die Intensitäten der Strahlung im allgemeinen verschieden und nur dann gleich sind, wenn sd bzw. $s'd'$ keine Größen sind. In allen anderen Fällen sind gleiche Schwächung der

1) Um möglichst eindeutige Verhältnisse zu haben, wurde nur mit der stark gefilterten und praktisch homogenen Reststrahlung der Glühkathodenröhre gearbeitet.

1) Ishino zit. nach Glocker l. c.

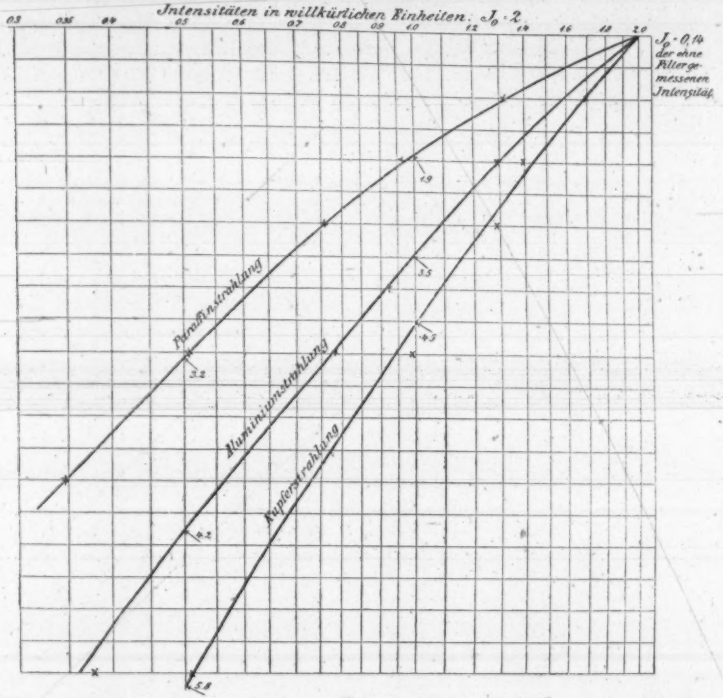


Fig. 2.

Primärstrahlung und gleiche Absorption nicht dasselbe. In dem Strahlenbereich, in welchem die Streuung den Gesamtabsorptionskoeffizienten bereits merklich beeinflußt, wird bei gleicher Schwächung der Primärstrahlung durch zwei verschiedenatomige Filter die Absorption bei dem leichtatomigen Filter die geringere sein. Nimmt man Absorptionskurven einer komplexen Röntgenstrahlung auf, die man z. B. durch Aluminium- bzw. Kupfer- und Paraffinfilter um den gleichen Betrag geschwächt hat, so ist die Zusammensetzung der Reststrahlung durchaus nicht gleich (Fig. 2). Am meisten gehärtet ist die Kupferstrahlung, am wenigsten die Paraffinstrahlung: am meisten Absorptionswirkung hat also bei gleicher Schwächung das Kupfer, am wenigsten das Paraffin. Aus diesem Versuche kann für den Streuungskoeffizienten nur so viel entnommen werden, daß er nicht den gleichen Gang mit der Härte hat wie der Absorptionskoeffizient, sonst müßte die Härtung bei allen drei Filtern die gleiche sein.

Wie wirkt nun die Streuung bei Filterung mit äquivalenten Schichtdicken?

Wenn der Streuungskoeffizient keinen Gang mit der Härte hat, so müßte hinter verschiedenen Filtern von äquivalenter Dicke trotz weitgehender Verschiedenheit der Intensitäten im Sinne der Formel (4) die Zusammensetzung der Strahlung die gleiche sein. Nach unseren Messungen nimmt die Streuung für mittelweiche Strahlen mit abnehmender Impulsbreite zu. Wenn das richtig ist, so muß die Streuung die Zusammensetzung der Strahlung in umgekehrtem Sinne ändern wie die Absorption. Nehmen wir nun solche Absorptionskurven hinter äquivalenten Filtern von Aluminium, Wasser und Paraffin auf, so finden wir tatsächlich eine Abweichung in der zu erwartenden Richtung (Tabelle V). Die Paraffinstrahlung ist trotz ihrer geringen Intensität leichter absorbierbar als die Aluminiumstrahlung und Wasserstrahlung.

Aus der großen Reihe von praktischen Folgerungen, welche aus den bisher noch viel zu

Tabelle V.

Nr.	Härte	Filter mm Alum.	Messung hinter 3 mm Alumin. Volt/sec	relative Werte	Messung hinter 10,1 cm Paraffin Volt/sec.	relative Werte
1	8	0,0	2,05	100	0,481	100
2	„	1,0	1,56	76,1	0,341	72
3	„	2,0	1,21	59,3	0,247	52
4	„	4,0	0,79	38,5	0,170	36
5	„	6,0	0,564	27,5	0,118	25
			Messung hinter 1,9 cm Wasser Volt/sec	relative Werte	Messung hinter 5,1 cm Paraffin Volt/sec	relative Werte
6	3	0,0	0,513	100	0,298	100
7	„	0,2	0,462	90	0,256	86
8	„	0,5	0,373	73	0,208	70
9	„	0,8	0,334	65	0,183	61
10	„	1,1	0,258	50	0,151	51
11	„	1,5	0,202	39	0,117	39

wenig berücksichtigten quantitativen Beziehungen zwischen Streuung und Absorption für die Röntgentechnik gezogen werden müssen, soll hier der Kürze halber nur ein Punkt Erwähnung finden.

Es ist in der Röntgentechnik üblich geworden, eine Strahlung durch Aufnahme einer Absorptionskurve zu analysieren. Wenn die Absorptionskurve einer homogenen Strahlung in ein logarithmisches Raster eingetragen eine gerade Linie darstellt, so ist andererseits bei einer komplexen Strahlung die Stärke der Krümmung ein Maß für deren Inhomogenität. Die Stärke der Krümmung ist dann nichts anderes als ein Ausdruck für die Veränderung des Absorptionskoeffizienten mit der Filterdicke. Aus der Änderung des Absorptionskoeffizienten schließen wir auf eine entsprechende Änderung der mittleren Impulsbreite der Reststrahlung bei zunehmender Filterdicke und damit auf die Art der Zusammensetzung der Strahlung. Gerade dies ist aber nach dem Vorangegangenen insofern nur bedingt richtig, als wir gar nicht den Absorptionskoeffizienten μ/ϱ, sondern den Gesamtabsorptionskoeffizienten g/ϱ der Formel (1) messen. Wenn nun die Änderung des Streuungskoeffizienten s/ϱ klein ist gegen die Änderung von μ/ϱ beim Wechsel der Impulsbreiten, so wird bei einer bestimmten Änderung von μ/ϱ g/ϱ sich um so weniger ändern, je größer s/ϱ im Verhältnis zu μ/ϱ ist. Mit abnehmender Impulsbreite und leichtatomigen Filtern ändert sich der Gesamtabsorptionskoeffizient immer weniger. Wird bei zunehmender Härte die Absorption klein im Vergleich zur Streuung, so nähert sich der Gesamtabsorptionskoeffizient asymptotisch dem Werte des Streuungskoeffizienten und bei weiterer Abnahme der Impulsbreite ändert er sich nur noch in dem Maße, wie sich der Streuungskoeffizient ändert.

In Tabelle III zeigen denn auch die μ/ϱ-Werte für Aluminium erheblich größere Unterschiede beim Übergang zu härteren Strahlungen als die Paraffinwerte, die sich vielmehr asymptotisch dem für den Massenstreuungskoeffizienten des Paraffins gefundenen Werte 0,18 nähern.

Eine harte Strahlung mit einem Paraffinfilter analysiert, würde also auch dann eine logarithmische, auf eine homogene Strahlung deutende Absorptionskurve haben, wenn sie sehr komplex ist. Beim Aluminium, mit dem in der Technik gewöhnlich gefiltert wird, ist der Streufehler weniger erheblich aber doch deutlich, wie ein Vergleich einer Aluminium- und Kupferabsorptionskurve derselben inhomogenen Strahlung ergibt.

Nur Absorptionskurven mit hochatomigen Filtern geben ein wahres Bild von der Zusammensetzung einer komplexen harten Röntgenstrahlung. Bei weicherer Strahlung verbietet sich die Anwendung hochatomiger Filter wegen der durch die charakteristische Eigenstrahlung auftretenden Komplikationen. Hier ist aber auch beim Aluminium der Streufehler gering, da die Absorption im Bereich der Wellenlängen, welche die Eigenstreuung des Kupfers hervorrufen, groß ist im Vergleich zur Streuung.

(Eingegangen 15. August 1918.)

Ableitung des quantentheoretischen Ansatzes für die Entropie ohne Zuhilfenahme der Stirlingschen Formel.

Von Karl Lichtenecker.

1. Der Ansatz für die Entropie eines Systems von N gleichartigen Elementen (Molekülen, Atomen) als logarithmische Funktion der „thermodynamischen" Wahrscheinlichkeit seines jeweiligen Zustandes wird unter Zuhilfenahme der bekannten Stirlingschen Näherungsformel für die Fakultät von $n\,(=n!)$ hergeleitet. Diese Formel muß hierbei unter Zuhilfenahme der Annahme, daß sämtliche vorkommende n sehr große Zahlen sind, einer weitgehenden Abkürzung unterzogen werden [1]).

Abgesehen von der damit verbundenen Umständlichkeit dürfte es mißlich erscheinen, auf diesem Näherungswege eine fundamentale Beziehung abzuleiten, ohne daß die physikalische Bedeutung der Näherung hervortritt. Es ist daher vielleicht nicht unangebracht, wenn im fol-

1) M. Planck, Theorie der Wärmestr. II. Aufl. S. 122.

genden darauf hingewiesen wird, daß der in der Quantentheorie verwendete Ansatz für die Entropie auch ohne Zuhilfenahme der Stirlingschen Näherungsformel sich in einfacher Weise erhalten läßt.

2. Es sei, wie üblich, mit $N_1, N_2, N_3 \ldots$ die Zahl der elementaren Bestandteile bezeichnet, welche sich zu einem gegebenen Zeitpunkt bzw. in den diskreten Zuständen $Z_1, Z_2, Z_3 \ldots$, derer diese Elemente fähig sind, befinden. Dabei sollen diese elementaren Zustände zunächst als untereinander gleich wahrscheinlich vorausgesetzt werden. Ist N die Gesamtzahl der Elemente des Systems, so gilt

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + \cdots$$

Dann ist die durch die Gleichung

$$w_i = \frac{N_i}{N}$$

definierte, als „Verteilungsdichte" bezeichnete Größe w_i die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer gegebenen Raumverteilung ein beliebig herausgegriffenes Molekül im i-ten Elementargebiete liegt[1]).

Die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür, daß N_i beliebig herausgegriffene, individuell bestimmte Moleküle in diesem Elementargebiete liegen, ist

$$w_i^{N_i}$$

und die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei gegebener Raumverteilung sämtliche N Elemente des Systems in vorbestimmten Raumgebieten liegen, ist somit

$$\Pi w_i^{N_i}\ ^2).$$

Stellt man diese mathematische Wahrscheinlichkeit als Quotienten aus der Zahl der „günstigen" Fälle, gebrochen durch die Zahl der „möglichen" Fälle dar, so kann man setzen:

$$\Pi w_i^{N_i} = \frac{1}{A}$$

D. h.: unter allen Anordnungen der einzelnen Moleküle, als diskrete Individuen betrachtet, die die vorgegebene Raumverteilung realisieren, gibt es eine, bei der jedes einzelne Molekül in einem vorbestimmten Elementargebiete liegt. Die so eingeführte Größe A ist somit genau das, was nach Planck als die „thermodynamische Wahrscheinlichkeit" des Gesamtzustandes, also der gegebenen Raumverteilung, bezeichnet wird. Man erhält so unmittelbar

$$w_{\text{thermod}} = A = [\Pi w_i^{N_i}]^{-1} = [\Pi w_i^{w_i}]^{-N}$$

und

$$\lg w_{\text{thermod}} = -N \Sigma w_i \cdot \lg w_i,$$

also genau den allgemein verwendeten Ansatz.

Aus der Betrachtung, daß die Wahrscheinlichkeit zweier, voneinander unabhängiger Systeme gleich dem Produkte der Wahrscheinlichkeiten beider Systeme ist, die Entropie beider Systeme zusammen dagegen die Summe der Entropien der Bestandteile ist, folgt

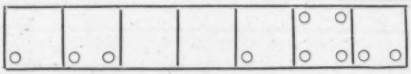
$$S = k \cdot \lg w_{\text{thermod}}$$

und somit

$$S = -k \cdot N \Sigma w_i \cdot \lg w_i.$$

3. Die so für w_{thermod} gewonnene Formel gibt für kleine Werte von N und i die „thermodynamische" Wahrscheinlichkeit, definiert als die Zahl der individuell verschiedenen Anordnungen, die den ins Auge gefaßten Gesamtzustand realisieren, zahlenmäßig auch nicht annähernd richtig.

So ist z. B. für das von Planck[1]) diskutierte Beispiel, wo $N = 10$ Elemente über 7 Zustände eines eindimensionalen Zustandsraumes verteilt sind, die Zahl der individuell



verschiedenen Anordnungen, die den Gesamtzustand verwirklichen, gleich 37800. Die Formel

$$w_{\text{thermod}} = [\Pi w_i^{N_i}]^{-1}$$

dagegen liefert für den gleichen Fall den Wert

$$\left[\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-1} = 2441406^1/_4.$$

4. Man kann nun ohne weiteres erkennen, worin das Wesen der hier gebrauchten Näherung besteht. Sie liegt in der Bestimmung der mathematischen Wahrscheinlichkeit dafür, daß N_i Elemente im Elementargebiet Z_i liegen, und zwar in den Worten „beliebig herausgegriffenen Elemente". Der Ausdruck $w_i^{N_i}$ wäre nur dann streng richtig, wenn für jeden Platz, an welchem sich zufolge der vorgegebenen Raumverteilung ein Individuum befindet, sämtliche Individuen in Betracht kämen, ohne Rücksicht auf jene, über deren Einordnung schon verfügt ist, d. h. für Anordnungen „mit Wiederholung". Es liegt hier derselbe Unterschied vor, der bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer Komplexion auftritt, je nachdem bei aufeinanderfolgenden Ziehungen von Zahlen aus einem Glücksrade die gezogenen nach jeder Ziehung wieder in das Glücksrad zurückgelegt werden oder nicht. Im ersteren Falle bildet die Reihe

1) a. a. O. S. 220.

2) Anm. bei der Korr.: Vgl. auch H. Mache, Wiener Sitz.-Ber. 1906, Bd. CXV, Abtlg. IIa, S. 1435.

1) a. a. O. S. 121.

der nacheinander gezogenen Zahlen eine Komplexion mit Wiederholung, im letzteren ohne Wiederholung.

Die hier unter der — unberechtigten — Annahme der Möglichkeit von Wiederholungen sich ergebende Zahl von Anordnungen, die eine vorgegebene Verteilung im Zustandsraume realisieren, somit w_{thermod}, ergibt sich, wie auch das mitgeteilte Zahlenbeispiel zeigt, stets zu groß.

5. Bisher war die Annahme zugrunde gelegt worden, daß die einzelnen Elementarzustände, die das Molekül (Atom, ...) anzunehmen vermag, untereinander gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen.

Sind die Wahrscheinlichkeiten der Elementarzustände verschieden und schreibt man den Zuständen ..... $Z_m, Z_n, Z_p, \ldots$ der Reihe nach Wahrscheinlichkeiten zu, welche das a_m, a_n, a_p... fache der elementaren Wahrscheinlichkeit sind[1]), so kann man sich die Zustandsgebiete Z_m, Z_n, Z_p ... unterteilt denken in a_m, a_n, a_p... Untergebiete, denen dann sämtlich gleiche Wahrscheinlichkeit zukommt. Die verschiedenen Verteilungen jedoch, die innerhalb eines elementaren Zustandsgebietes durch Einführung der neuen Untergebiete sich ergeben, dürfen nicht als solche gezählt werden, da sie ja alle zu der gleichen, ursprünglichen Raumverteilung, bei der die „Verteilungsdichte" im Z_i-ten Zustandsgebiet den Wert w_i hat, führen; sie sind also in diesem Sinne untereinander „nicht unterscheidbar". Man kann somit innerhalb der alten Elementargebiete eine vollkommen willkürliche Verteilung der Elemente vornehmen, z. B. die, daß auf alle a_i Untergebiete gleich viel, also $\frac{N_i}{a_i}$ Moleküle entfallen. „Die Verteilungsdichte" für diese neu eingeführten Untergebiete ist dann

$$\frac{w_i}{a_i}$$

Dies ist die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein individuell bestimmtes Molekül irgendeinem bestimmten, der neu eingeführten Elementargebiete gleicher Wahrscheinlichkeit angehört. Die mathematische Wahrscheinlichkeit irgendeiner bestimmten individuellen Molekülverteilung bei gegebener Verteilung im Zustandsraum wird jetzt

$$\Pi\left(\frac{w_i}{a_i}\right)^{N_i} = \frac{1}{A}$$

und die „thermodynamische" Wahrscheinlichkeit des Gesamtzustandes somit

$$w_{\text{thermod}} = \left[\Pi\left(\frac{w_i}{a_i}\right)^{N_i}\right]^{-1} = \left[\Pi\left(\frac{w_i}{a_i}\right)^{w_i}\right]^{-N};$$

$$\lg w_{\text{thermod}} = -N\Sigma w_i \cdot \lg \frac{w_i}{a_i}$$

und daher

$$S = -k \cdot N \Sigma w_i \cdot \lg \frac{w_i}{a_i}.$$

in Übereinstimmung mit dem von Flamm a. a. O. gegebenen Werte.

1) Vgl. L. Flamm, diese Zeitschr. 19, 166—168, 1918.

Zusammenfassung.

Der quantentheoretische Ansatz für die Entropie eines aus N gleichartigen Elementen bestehenden Systems, welche einer abzählbaren Anzahl diskreter Zustände fähig sind, als Logarithmus der „thermodynamischen" Wahrscheinlichkeit des jeweiligen Gesamtzustandes wird ohne Zuhilfenahme der Stirlingschen Näherungsformel so abgeleitet, daß die Bedeutung der Näherung, die zu diesem Ansatze führt, klar hervortritt. Von dem Fall gleicher Wahrscheinlichkeit der elementaren Zustände ausgehend, wird der gefundene Ausdruck verallgemeinert für verschiedene Wahrscheinlichkeit der elementaren Zustände.

Wien, am 10. September 1918.

(Eingegangen 13. September 1918.)

Die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante einiger Gase und Dämpfe.

Von Mario Jona.

(Auszug aus der Göttinger Dissertation 1917.)

In einem kurzen Bericht hat P. Debye[1]) gezeigt, daß die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante der Isolatoren erklärt werden kann auf Grund der klassischen Statistik durch die Annahme der Existenz fertiger „Dipole". Die Existenz schwingungsfähiger Teilchen genügt bekanntlich nicht, um die irreguläre Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante zu erklären, die bei einer Reihe von Substanzen beobachtet worden ist. Im Anschluß an Debyes Theorie wurden im Physikalischen Institut in Göttingen zwei Arbeiten gemacht, die sich in gewisser Weise ergänzen sollten. An die Untersuchung der „Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante einiger Gase und Dämpfe" bis nahe an den Kondensationspunkt, schloß sich eine Unter-

1) P. Debye, Einige Resultate der kinetischen Theorie der Isolatoren. Diese Zeitschr. 13, 97, 1912.

suchung der Dielektrizitätskonstante einiger Flüssigkeitsgemische bei verschiedenen Konzentrationen und verschiedenen Temperaturen [1]). So bedauerlich es ist, daß zum Teil aus technischen Gründen, zum Teil wegen der Zeitverhältnisse ein besserer Anschluß der beiden Arbeiten aneinander nicht möglich war, so finden trotzdem ihre Resultate gegenseitig eine erfreuliche qualitative Bestätigung.

Debyes Theorie der gasförmigen und flüssigen Isolatoren liefert für die Polarisation des cm^3 folgenden allgemeinsten Ausdruck:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N_0 \left\{ \Sigma \frac{n_i e_i}{f_i} + \frac{\mu^2}{3kT} \right\}, \quad (1)$$

wo ε die Dielektrizitätskonstante, N_0 die Anzahl Moleküle im cm^3, k die Boltzmannsche Konstante ($k = 1{,}35 \cdot 10^{-16}$ erg.), T die absolute Temperatur und μ das von jedem Molekül getragene unveränderliche Moment ist. Jedes Molekül besteht dabei aus n_i Ladungen e_i, die mit einer Kraft f_i an ihre Ruhelage gebunden sind.

Das Prinzip der Messung gründet sich auf die Annahme, daß das Clausius-Mossotische Gesetz:

$$\frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_2 - 1} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}, \quad (2)$$

wo ϱ_1 und ϱ_2 die zu den Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 zugehörigen Dichten bedeuten, bei bloßer Druckänderung gültig sei. In dieser Form ist das Gesetz bisher richtig befunden worden [2]) und bestätigte sich auch bei Vorversuchen an Luft und Kohlendioxyd.

Die Messung der Dielektrizitätskonstante erfolgte durch eine Kapazitätsbestimmung in der Wechselstrombrücke mit einer Nullmethode. Um die höchste Empfindlichkeit der Brückenanordnung zu erreichen, wurde sie nur im Hinblick auf Relativmessungen ausgebaut. Die Brücke (s. Fig. 2) bestand im wesentlichen aus zwei gleichen Vergleichswiderständen W, W, die 2 Zweige der Brücke darstellten und 3 Luftkondensatoren, die die beiden anderen Zweige bildeten. In dem einen Zweig lagen 2 Kondensatoren parallel. Der eine C (Gastrog) (s. Fig. 1) war zur Füllung mit den Gasen eingerichtet und befand sich im Temperaturbad, der parallel geschaltete kleine Meßkondensator M diente dazu, die Kapazität dieses Zweiges, die durch Änderung der Dielektrizitätskonstante

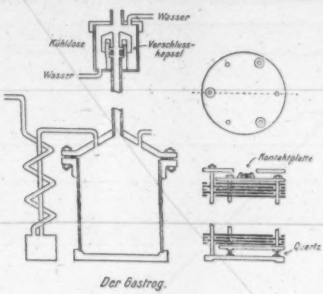
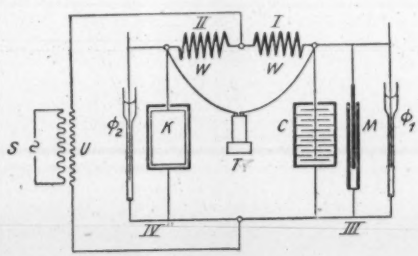


Fig. 1.

im Gastrog veränderlich war, wieder der Kapazität des konstanten dritten Kondensators K im vierten Brückenzweig gleich zu machen. Ferner war den Brückenzweigen III und IV je ein sehr hoher Flüssigkeitswiderstand Φ parallel geschaltet, der dazu diente, die dielektrischen Verluste zu kompensieren.



Schaltbild der Brücke.

Fig. 2.

Um alle Apparatkonstanten bis auf eine zu eliminieren, wurde für jede Temperatur die Dielektrizitätskonstante für 2 verschiedene Drucke bestimmt. Mit Berücksichtigung der Clausius-Mossottischen Beziehung ist für jede Temperatur der Wert von $\varepsilon - 1$, auf Normaldruck bezogen, proportional der Differenz der Ablesungen an der Teilung des Meßkondensators. Im Proportionalitätsfaktor stehen nur die Dichten und die eine Apparatkonstante, die nicht zu eliminieren war. Diese bleibt, wie man zeigen kann, für alle Temperaturen bis auf Werte, die kleiner als die Beobachtungsfehler sind, konstant und bedeutet das Verhältnis der Kapazität des Meßkondensators zur Kapazität des Gastrogs. Die angegebenen absoluten Werte der Dielektrizitätskonstante sind

1) L. Lange, Über den Zusammenhang zwischen dem dielektrischen Verhalten und den molekularen Assoziationen einiger Flüssigkeiten (Auszug aus der Göttinger Diss. erscheint demnächst).

2) Bädeker, Experimentaluntersuchung über die Dielektrizitätskonstante einiger Gase und Dämpfe in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur. Zeitschr. f. phys. Chemie. **30**, 305, 1901.

mit Hilfe dieser Konstante bestimmt und machen keinen Anspruch auf große Genauigkeit, da die Konstante nur angenähert bestimmt werden konnte. Sie können aber jederzeit berichtigt werden, wenn die Dielektrizitätskonstante der Substanz für eine bestimmte Temperatur genau bekannt ist.

Auf die Diskussion der Fehlerquellen und Beschreibung der Apparate und des Meßvorgangs soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Erwähnt sei nur, daß als Stromquelle ein Saitenunterbrecher diente, dessen Strom mit einem passenden Induktor auf die Spannung transformiert wurde, die die günstigsten Brückenbedingungen ergab.

Die Einstellgenauigkeit war äußerst groß. $^1/_{100000}$ der Trogkapazität war merkbar, der Fehler der Einstellung kleiner als 0,5 Prozent. Der Messung selbst kommt eine bei weitem geringere Genauigkeit zu, da für sie die kleine Differenz zweier Einstellungen in Betracht kommt. Für Luft, wo die Differenz der Einstellungen nur wenige Millimeter beträgt, war der Fehler, wenn man eine Unsicherheit von $^2/_{10}$ mm bei der Einstellung zuläßt, bereits ca. $\pm$ 4 Proz. Für Schwefeldioxyd erreicht der Fehler, da die Differenz der Einstellungen ungefähr 100 mm beträgt, und mit derselben absoluten Unsicherheit behaftet ist, nur ca. $\pm$ 0,2 Proz. Für die Dämpfe ist mit einem Fehler von ca. $\pm$ 0,4 Proz. zu rechnen, da infolge der Kondensation neue Fehler bei der Druckablesung hinzukommen.

Im folgenden werden die Meßergebnisse für Luft, Kohlendioxyd, Ammoniak, Schwefeldioxyd, Methylalkohol und Wasserdampf angeführt. In den Tabellen gibt die erste Spalte die absoluten Temperaturen, die zweite Spalte den auf gleiche Dichte bezogenen Überschuß der Dielektrizitätskonstante über 1 an. Bei der Auswertung dieser Messungen mußten die Abweichungen vom idealen Gaszustand berücksichtigt werden, da es sich bei SO_2 um ein leicht kondensierbares Gas, bei Methylalkohol und Wasser um Dämpfe handelte. In der dritten Spalte sind die Überschüsse der Dielektrizitätskonstante über 1 angegeben, die man berechnet, wenn die Änderung der Dielektrizitätskonstante mit der Temperatur nur von der gleichzeitigen Dichteänderung herrühren würde. Bei dieser Berechnung wurde von Werten ausgegangen, die in Landolt-Boernstein angegeben sind.

I. Luft[1]).

Luft kann im gemessenen Temperaturbereich als ideales Gas angesehen werden.

1) Als Molekulargewicht wurde angenommen $m = 29{,}34$.

Tabelle I.

T	$(\varepsilon-1)$gem.	$(\varepsilon-1)$ber.[1])	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$
392,0	$510 \cdot 10^{-6}$	$546 \cdot 10^{-6}$	$0{,}469 \cdot 10^{-21}$
310,0	469 „	523 „	0,492 „
332,4	484 „	480 „	0,568 „
333,7	450 „	473 „	0,546 „
366,2	392 „	437 „	0,566 „
399,7	401 „	394 „	0,711 „
444,0	337 „	357 „	0,727 „

II. Kohlendioxyd (CO_2)[2]).

Das verwandte Gas enthielt weniger als 1 Proz. Verunreinigungen. Zur Reduktion auf gleiche Dichte wurde eine nach Rayleigh und Chappuis kombinierte Zustandsgleichung verwandt. Abweichungen vom idealen Gaszustand liegen hierbei weit innerhalb der Fehlergrenze der Messungen.

Tabelle II.

T	$(\varepsilon-1)$gem.	$(\varepsilon-1)$ber.[3])	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$
295,7	$1020 \cdot 10^{-6}$	$917 \cdot 10^{-6}$	$0{,}978 \cdot 10^{-21}$
299,4	1025 „	905 „	0,990 „
301,0	1013 „	900 „	0,975 „
352,9	830 „	768 „	1,117 „
361,6	784 „	749 „	1,117 „
398,8	719 „	680 „	1,250 „
423,6	694 „	641 „	1,344 „
425,6	683 „	636 „	1,332 „

III. Ammoniak (NH_3)[4]).

Das Ammoniak enthielt sicher weniger als 0,5 Proz. Verunreinigungen. Die Reduktion auf gleiche Dichte erfolgte mit der Zustandsgleichung, die Holst[5]) in seinem zusammenfassen-

Tabelle III.

T	$(\varepsilon-1)$gem.	$(\varepsilon-1)$ber.[6])	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$
292,2	$722 \cdot 10^{-5}$	$722 \cdot 10^{-5}$	$6{,}55 \cdot 10^{-21}$
309,0	651 „	677 „	6,62 „
333,0	561 „	632 „	6,61 „
387,0	422 „	545 „	6,70 „
413,0	373 „	509 „	6,77 „
445,2	321 „	472 „	6,84 „
446,0	322 „	470 „	6,86 „
448,0	319 „	467 „	6,88 „

1) Nach Boltzmann ist $\varepsilon - 1 = 590 \cdot 10^{-6}$ bei 373° absolut.

2) Als Molekulargewicht wurde angenommen $m = 44{,}00$.

3) Nach Rohrmann ist $\varepsilon - 1 = 989 \cdot 10^{-6}$ bei 274° absolut.

4) Als Molekulargewicht wurde angenommen $m = 17{,}03$.

5) Holst, Communications from the Physical Laboratory of the University of Leiden by H. Kamerlingh-Onnes Nr. 114a—d.

6) Nach Boltzmann ist $\varepsilon - 1 = 718 \cdot 10^{-5}$ bei $T = 293$.

den Bericht über die Untersuchungen an Ammoniak in Leiden angibt.

IV. Schwefeldioxyd (SO_2)[1].

Die Reduktion auf gleiche Dichte erfolgte nach Messungen des Ausdehnungskoeffizienten von Schwefeldioxyd durch Amagat[2].

Tabelle IV.

T	$(\varepsilon-1)$beob.	$(\varepsilon-1)$ber.[3]	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$korr.
290,8	$895\cdot10^{-5}$	$894\cdot10^{-5}$	$9{,}97\cdot10^{-21}$	$9{,}34\cdot10^{-21}$
308,5	817 „	884 „	9,63 „	9,21 „
328,5	730 „	791 „	9,23 „	9,10 „
353,1	640 „	736 „	8,99 „	8,95 „
361,0	618 „	720 „	9,04 „	8,98 „
372,2	579 „	698 „	9,07 „	9,02 „
405,0	487 „	642 „	9,18 „	9,14 „
422,9	457 „	615 „	9,21 „	9,19 „
442,4	431 „	588 „	9,29 „	9,23 „
445,5	422 „	584 „	9,26 „	9,26 „

V. Methylalkohol (CH_3OH)[4].

Bei Methylalkohol erfolgte die Reduktion auf gleiche Dichte nach Messungen von Ramsay und Young[5].

Tabelle V.

T	$(\varepsilon-1)$beob.	$(\varepsilon-1)$ber.[6]	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$korr.
351,1	$745\cdot10^{-5}$	$655\cdot10^{-5}$	$10{,}61\cdot10^{-21}$	$10{,}41\cdot10^{-21}$
366,3	655 „	627 „	9,86 „	9,75 „
380,8	589 „	604 „	9,56 „	9,53 „
398,4	531 „	576 „	9,43 „	9,40 „
407,0	503 „	565 „	9,38 „	9,36 „
417,0	476 „	551 „	9,45 „	9,45 „
441,2	449 „	521 „	9,65 „	9,64 „
451,1	431 „	510 „	9,70 „	9,65 „

VI. Wasserdampf (H_2O)[7].

Die Reduktion der Messungen auf gleiche Dichte wurde nach einer Zustandsgleichung vorgenommen, die „Die Hütte“ [8] angibt.

In Fig. 3 sind die Werte $(\varepsilon-1)_{gem.}$ in Funktion der Temperatur stark ausgezogen dargestellt, diejenigen von $(\varepsilon-1)_{ber.}$ durch gestrichelte Linien angegeben. Die besondere irreguläre Temperaturabhängigkeit drückt die Kurve für wachsende Temperatur herab. Gleichzeitig zeigt sich, daß die angegebenen absoluten Werte, auf die kein Gewicht gelegt wird, immerhin mit befriedigender Genauigkeit mit denen anderer Beobachter übereinstimmen mit Ausnahme des Wertes für Wasserdampf. Dieser wurde von Bädeker entnommen, der selbst seine Messung an Wasserdampf als nicht sehr zuverlässig bezeichnet.

Tabelle VI.

T	$(\varepsilon-1)$beob.	$(\varepsilon-1)$ber.[1])	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$	$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)T$ korr.
390,4	$612\cdot10^{-5}$	$754\cdot10^{-5}$	$10{,}68\cdot10^{-21}$	$10{,}33\cdot10^{-21}$
397,5	584 „	740 „	10,38 „	10,21 „
402,0	575 „	732 „	10,23 „	10,12 „
415,1	530 „	709 „	10,15 „	10,06 „
423,8	521 „	695 „	10,09 „	10,06 „
436,2	489 „	675 „	10,12 „	10,11 „
451,4	462 „	652 „	10,16 „	10,16 „

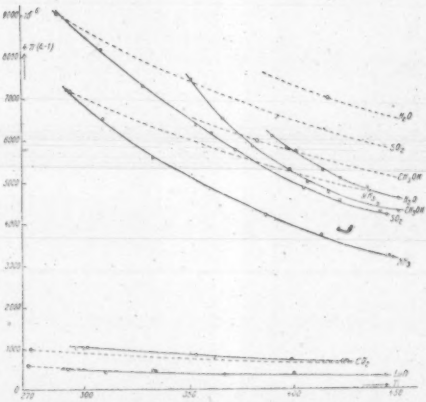


Fig. 3.

Der Verlauf der Kurven entspricht dem von Debye angegebenen. Auch hier soll versucht werden, die Kurven durch einen Ausdruck der Form (1) darzustellen. Wir schreiben

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)=a+\frac{b}{T}, \qquad (3)$$

wobei unter m das Molekulargewicht der Substanz und ϱ ihre Dichte zu verstehen ist; a und b bedeuten Konstanten. Erweitert man diese Gleichung mit T, so erhält man:

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)\,T=a\,T+b. \qquad (4)$$

Die Größe $\frac{m}{\varrho}(\varepsilon-1)\,T$

1) Als Molekulargewicht angenommen wurde $m=64{,}07$.
2) Amagat, Compt. rend. **73**, 183, 1871.
3) Nach Klemenčic ist $\varepsilon-1=905\cdot10^{-5}$ bei 287,7° absolut.
4) Als Molekulargewicht wurde angenommen $m=32{,}03$.
5) Ramsay u. Young, Phil. Trans. **178**, 328, 1887.
6) Nach Bädeker ist $\varepsilon-1=600\cdot10^{-5}$ bei 383° absolut.
7) Als Molekulargewicht wurde angenommen $m=18{,}02$.
8) Die Hütte, Bd. I, S. 415.

1) Nach Bädeker ist $\varepsilon-1=705\cdot10^{-5}$ bei 418° absolut.

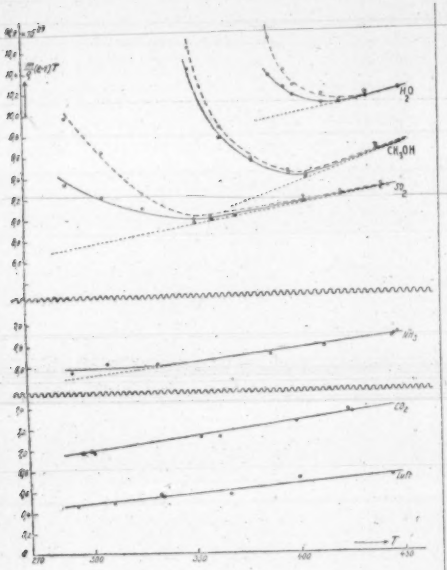


Fig. 4.

ist mithin eine lineare Funktion der Temperatur. In der 4. Kolonne der Tabellen I—VI sind die Werte für diese Größe angegeben. Sie werden in Fig. 4 durch kleine Kreise bezeichnet. Durch die Punkte für Luft, Kohlensäure und Ammoniak lassen sich gerade Linien ziehen. Die Abweichungen der Punkte von den Geraden liegen (bis auf die 2 untersten für Ammoniak) innerhalb der zugelassenen Fehlergrenzen. Die Kurven für die übrigen Substanzen weichen für tiefe Temperaturen wesentlich vom erwarteten Bild ab und nähern sich nur für höhere Temperaturen asymptotisch geraden Linien.

Die Bedeutung der Konstanten a und b in Gleichung (3) ist durch Vergleich mit der allgemeinen Gleichung (1) ersichtlich. Die Konstante a rührt von den Verschiebungselektronen im Molekül her. Es ist

$$a = \sum \frac{m_i e_i}{f_i}. \qquad (5)$$

Die Konstante a ist für das optische Verhalten der Substanz maßgebend.

Die zweite Konstante b hat ihren Ursprung in der Existenz unveränderlicher Momente μ. Es ist

$$b = \frac{\mu^2}{3k} \qquad (6)$$

Dieses Glied tritt optisch erst bei „langsamen" Schwingungen in Erscheinung.

Die Messungen liefern:

Für Luft:

$$a = (1{,}65 \pm 0.20) \cdot 10^{-24}$$
$$b = (0.017 \pm 0.088) \cdot 10^{-21}.$$

Während hier a mit einiger Genauigkeit sich bestimmen läßt, zeigt sich, daß innerhalb der Fehlergrenze $b = 0$ angenommen werden kann.

Für Kohlendioxyd:

$$a = (2{,}55 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-24}$$
$$b = (0{,}226 \pm 0{,}052) \cdot 10^{-21}$$

Wenn hier auch b mit geringerer Genauigkeit bestimmt ist als a, so ist es jedenfalls größer als Null.

Wir können also annehmen, daß das Moment für Luft $\mu = 0$ ist, für CO_2 wahrscheinlich $\mu = \text{ca. } 0{,}3 \cdot 10^{-18}$, jedoch sicher größer als $0{,}15 \cdot 10^{-18}$ sein wird.

Für Luft und Kohlenoxyd konnten die beiden Konstanten ohne weiteres durch Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden, da das lineare Gesetz gut erfüllt war. Für die übrigen Substanzen jedoch mußte der Grund für die Abweichung von der Linearität für die niederen Temperaturen gesucht werden. Die anomale Abweichung von der Linearität ist um so beträchtlicher, je näher die tiefste gemessene Temperatur dem Siedepunkt der Substanz liegt. Dieses Verhalten deutet darauf hin, daß wir es bei diesen Temperaturen nicht mehr mit den einzelnen Molekülen der Gase zu tun haben, sondern daß ein nicht zu vernachlässigender Teil der Moleküle sich bereits assoziiert. Koppeln sich 2 Moleküle aneinander, um ein Doppelmolekül zu bilden, so kann man sich die Bindung so vorstellen, daß sich die beiden Moleküle mit ihren Momenten aneinander reihen und den übrigen Molekülen gegenüber in erster Annäherung als starres Doppelmolekül erscheinen, als „Dipol" mit doppeltem Moment.

Die Substanz ist dann als ein gasförmiges System anzusehen, bestehend aus 2 Molekülarten, einfache und doppelte Moleküle, dessen Gleichgewichtszustand rein thermodynamisch allgemein berechnet werden kann. Nennt man c_1 die Konzentration der einfachen Moleküle, c_2 diejenige der doppelten, so ist nach Plancks[1]) Bezeichnung der Gleichgewichtszustand gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{c_1^2}{c_2} A e^{-\frac{B}{T}} T_\varphi^{-1}, \qquad (7)$$

1) M. Planck, Thermodynamik, 2. Aufl. 1911, § 237 u. f. S. 221, 222.

Tabelle VII.

	ω	μ	A	B
Luft	$(1{,}65 \pm 0{,}26) \cdot 10^{-24}$	0	—	—
CO_2	$(2{,}55 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-24}$	$(0{,}303 \pm 0{,}145) \cdot 10^{-18}$	—	—
NH_3	$(2{,}36 \pm 0{,}24) \cdot 10^{-24}$	$(1{,}53 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-18}$	$1{,}25 \cdot 10^{12}$	$2{,}7 \cdot 10^3$
SO_2	$3{,}75 \cdot 10^{-24}$	$1{,}76 \cdot 10^{-18}$	$3{,}60 \cdot 10^{10}$	$2{,}9 \cdot 10^3$
CH_3OH	$7{,}40 \cdot 10^{-24}$	$1{,}61 \cdot 10^{-18}$	$2{,}19 \cdot 10^{14}$	$5{,}9 \cdot 10^3$
H_2O	$3{,}50 \cdot 10^{-24}$	$1{,}87 \cdot 10^{-18}$	$1{,}17 \cdot 10^{22}$	$13{,}0 \cdot 10^3$

wo A und B zwei Konstanten und p den Druck bedeuten.

Auch in Gleichung (3) müssen die Doppelmomente eingeführt werden; das optische Glied bleibt unverändert bestehen und es kommt nur ein drittes Glied auf der rechten Seite hinzu mit $(2\mu)^2$. Unter Berücksichtigung des Ansatzes fürs thermodynamische Gleichgewicht der Substanz wird schließlich in erster Näherung die Hauptgleichung für die Dielektrizitätskonstante zu:

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon - 1) = \omega + \frac{\mu^2}{3kT} + \frac{2\mu^2}{3kT} \cdot \frac{p}{AT^C} e^{\frac{B}{T}}. \quad (8)$$

In ω ist das unveränderte optische Glied enthalten. Eine Vereinfachung dieser Gleichung läßt sich erreichen, wenn man auf die Bedeutung der Integrationskonstante C bei Planck zurückgeht. Es ist für unseren Fall der Association von einfachen Molekülen zu Doppelmolekülen in erster Näherung

$$C = \frac{2C_{p1} - C_{p2}}{R} = 0. \quad (9)$$

Hier sind C_{p1} und C_{p2} die Molekularwärmen der beiden Molekülarten bei konstantem zugehörigen Partialdruck und R die Gaskonstante. Gleichung (8) nimmt also mit dieser Vereinfachung und nach Erweiterung mit T folgende Form an:

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon - 1)T = \omega T + \frac{\mu^2}{3k} + \frac{2\mu^2}{3kA} p e^{\frac{B}{T}}. \quad (10)$$

In dieser erweiterten Form sagt die Hauptgleichung aus, daß

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon - 1)T$$

nur seinen linearen Charakter bei genügend hohen Temperaturen hat. Das Korrektionsglied mit seinem exponentiellen Anstieg für sinkende Temperaturen bewirkt für die niederen Temperaturen die Abweichung von der Linearität. Und das Clausius-Mossottische Gesetz, das eingangs als unverändert gültig angenommen worden war, muß für 2 verschiedene Drucke p_1 und p_2 mit den zugehörigen Dichten ϱ_1 und ϱ_2 und Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 folgende Erweiterung erfahren:

$$\frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_2 - 1} = \frac{\varrho_1\left\{\omega + \frac{\mu^2}{3kT} + \frac{2\mu^2}{3kAT} p_1 e^{\frac{B}{T}}\right\}}{\varrho_2\left\{\omega + \frac{\mu^2}{3kT} + \frac{2\mu^2}{3kAT} p_2 e^{\frac{B}{T}}\right\}}. \quad (11)$$

Durch eine sukzessive Näherung wurden mit Hilfe dieses erweiterten Ausdrucks des Clausius-Mossottischen Gesetzes die Werte von

$$\frac{m}{\varrho}(\varepsilon - 1)T$$

berechnet, die in der 5. Kolonne der Tabellen IV—VI stehen. Sie sind in Fig. 4 durch kreisumrandete Punkte angegeben.

In der Tabelle 7 sind die Werte der 4 Konstanten ω, μ, A und B zusammengestellt.

Holst[1]) hat aus der Zustandsgleichung nach Kamerlingh-Onnes für Ammoniak und Wasserdampf ebenfalls das Moment des Moleküls berechnet. Er findet für

NH_3: $\mu = 2{,}38 \cdot 10^{-18}$
H_2O: $\mu = 2{,}62 \cdot 10^{-18}$

Nach Bädeker (l. c.) Messungen folgt für

NH_3: $\mu = 1{,}52 \cdot 10^{-18}$
SO_2: $\mu = 1{,}60$ „
CH_3OH: $\mu = 1{,}96$ „
H_2O: $\mu = 2{,}39$ „

Wir wollen nun die Lorentz-Lorenzsche Beziehung, über Brechungsindex n_0 und Dielektrizitätskonstante ε_0 (auf die Frequenz o bezogen):

$$\frac{n_0^2 - 1}{n_0^2 + 2} = \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0 + 2} \quad (12)$$

nur auf das optische Glied der Dielektrizitätskonstante anwenden, für die allein sie gültig ist, und schreiben sie

$$n_0^2 - 1 = 4\pi N_0 \omega. \quad (13)$$

Um diese Beziehung prüfen zu können, muß n_0 aus den Dispersionskurven der Substanzen auf die Frequenz o extrapoliert werden. Da man hierbei durch das Gebiet der anomalen Dis-

1) G. Holst, Over de toestandsvergelijking van water en ammoniak. Versl. Kgl. Akad. van Wetensch. Jan. 1917.

persion kommt, so wird man für n_0 zu kleine Werte finden. Nur für Kohlensäure ist die anomale Dispersion im Ultraroten durch die Messungen von Koch[1]) bekannt. Die folgende Tabelle VIII zeigt — trotzdem, wie eingangs gesagt, kein besonderes Gewicht auf die absoluten Werte der Messung gelegt wurde — eine ganz befriedigende Übereinstimmung mit dem erwarteten Verhalten.

Tabelle VIII.

	$(n^2_0 - 1)^2)$	$4\pi N_0 \omega$
Luft	0,000584	0,000574
CO_2	0,000900	0,000985
NH_3	0,000700	0,000804
SO_2	0,00132	0,00131
CH_3OH . . .	0,00125	0,00258
HO_2	+0,00048	0,00122

Die große Differenz zwischen $(n_0^2 - 1)$ und $4\pi N_0 \omega$ für Wasserdampf, war schon nach Rubens[3]) Messungen der Absorption des Wasserdampfs für lange elektrische Wellen vorauszusehen. Debye hat für Wasser geschätzt, daß $n_0^2 = 2$ ist; Rubens berichtigte diesen Wert auf $n_0^2 = 4$. Aus diesen beiden Angaben würde für Wasserdampf folgen:

	Nach Debye	Nach Rubens	$4\pi N_0 \omega$
$n^2_0 - 1$	0,00102	0,00205	0,00122

Der aus der Dielektrizitätskonstante berechnete Wert von $4\pi N_0 \omega$ liegt zwischen beiden.

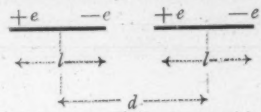
Aus dem thermodynamischen Ansatz für die Assoziation zweier Moleküle ergibt sich als Wärmetönung r des chemischen Prozesses der Assoziation unter Benützung derselben Bezeichnungen wie oben

$$r = R(B + CT). \qquad (14)$$

Da in erster Näherung $C = 0$ gesetzt worden ist, so ist die von außen zuzuführende Arbeit um ein Doppelmolekül in 2 einzelne zu sprengen, gegeben durch

$$r = BR. \qquad (15)$$

Diese Dissoziationsarbeit läßt sich einfach berechnen, wenn man den Abstand d der Moleküle im Doppelmolekül und die Dimensionen des einzelnen Dipols kennt. Um uns ein Bild der Größenordnungen zu machen, nehmen wir an, daß jeder Dipol gebildet ist durch 2 Elementarladungen, die an den Enden einer Strecke l sitzen.



Es muß d stets ein Vielfaches von l sein und beide von der Größenordnung der Moleküldimensionen. l ergibt sich aus der Annahme des Zustandekommens des Dipols. Mit Hilfe der gemessenen Konstanten B läßt sich d berechnen.

Tabelle IX.

	l	d	2ϱ	σ
Luft	0	—	—	
CO_2	0,06·10⁻⁸cm	—	—	
NH_3	0,33 „	2,36·10⁻⁸cm	—	3,54·10⁻⁸cm
SO_2	0,37 „	2,52 „	3,54·10⁻⁸cm	
CH_3OH	0,34 „	1,86 „		
H_2O	0,40 „	1,59 „	2,96 „	3,21 „

In den mit 2ϱ bzw. mit σ bezeichneten Spalten sind die Durchmesser der „Wirkungssphäre" angegeben, wie sie sich aus der van der Waalsschen Konstante bzw. aus der Konstante der Zustandsgleichung von Kamerlingh-Onnes nach Holst berechnen lassen.

Die physikalische Bedeutung der letzten Konstanten A in Gleichung (10) ergibt sich auch ohne weiteres aus dem thermodynamischen Ansatz. Da wir es hier nur mit einfachen und doppelten Molekülen einer Substanz zu tun haben, so ist nach Planck:

$$\log A = \frac{a}{R}, \qquad (16)$$

wo a die chemische Konstante der Substanz ist. Die Konstante A kann nur mit geringer Genauigkeit aus den Messungen bestimmt werden; die daraus berechneten Werte von $\frac{a}{R}$ sind daher nur grobe Annäherungen, und sind auch in keiner Weise mit den Werten in Übereinstimmung zu bringen, die Sackur für das Verhältnis $\frac{a}{R}$ angibt.

Die in der folgenden Tabelle angegebenen

Tabelle X.

	$\frac{a}{R}$ gemessen (a. d. Dielektrizitätskonst.)	$\frac{a}{R}$ berechnet (von Sackur)
NH_3	11,8	—
SO_2	11,3	+ 1,74
OH_3OH	19,2	—
H_2O	38,0	— 1,18

1) L. Koch, Ann. d. Phys. 17, 658, 1905.

2) Die Dispersionskurven wurden entnommen aus Dr. St. Loria, Die Lichtbrechung in Gasen, Sammlung Vieweg, Heft 4.

3) Rubens, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1913.

Zahlenwerte beziehen sich auf *cgs*-Einheiten für alle Größen mit Ausnahme des Druckes p, der in Atmosphären gemessen ist.

Die von Sackur angegebenen Zahlen sind aus theoretischen Erwägungen berechnet mit Hilfe der in Tabelle IX angegebenen Werte von 2ϱ.

(Eingegangen 17. September 1918.)

Statistik und Wahrscheinlichkeitsnachwirkung.

Nachtrag zu der gleichbezeichneten Arbeit des Verfassers. Diese Zeitschr. **19**, 421, 1918.

Von Reinhold Fürth.

Nach der v. Smoluchowskischen Theorie der Schwankungserscheinungen wird die Wahrscheinlichkeitsnachwirkung gemessen durch die Größe P, von Smoluchowski „Diffusionsfaktor" genannt.

Ihrer Definition nach ist sie die konstante Wahrscheinlichkeit dafür, daß auf ein günstiges Einzelereignis der $r$ten Beobachtungsserie in der $r+1$ten ein ungünstiges folge. In dem speziellen Fall unserer Fußgängerstatistik ist ebenso wie im Falle der Diffusion in Kolloiden P eine „Austrittswahrscheinlichkeit", nämlich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Person, die sich zur Zeit der $r$ten Beobachtung im Bereiche der benutzten Hausfront befand zur Zeit der $r+1$ten Beobachtung, das ist nach τ Sekunden, nicht mehr in diesem Bereiche ist.

In unserem Falle läßt sich nun P leicht berechnen. Bezeichnet v die konstante mittlere Geschwindigkeit eines Fußgängers, a die Länge der Hausfront, τ das Beobachtungsintervall, so folgt sofort

$$P = \frac{v\tau}{a}.$$

In unserem Falle war $a = 24$ m, v kann man ungefähr mit 5 km pro Stunde ansetzen, τ war gleich 5 Sekunden. Daraus folgt für P der Wert

$$\underline{P = 0{,}290},$$

während aus den Schwankungsformeln der wahrscheinlichste Wert

$$\underline{P = 0{,}316}$$

berechnet wurde, was wohl als sehr gute Übereinstimmung bezeichnet werden kann.

Auf die obige Formel wurde ich von Herrn L. S. Ornstein, Utrecht, freundlichst brieflich aufmerksam gemacht, wofür ich ihm an dieser Stelle bestens danke.

Prag, im Oktober 1918.

(Eingegangen 30. Oktober 1918.)

Zur Entwicklungsgeschichte des Kreiselkompasses.

Von O. Martienssen.

Gelegentlich einer Besprechung[1]) der Broschüre des Herrn H. Usener: „Der Kreisel als Richtungsweiser" gibt Herr A. Sommerfeld einige Daten über die Entwicklung des Kreiselkompasses unter Zugrundelegung einer irrtümlichen Auffassung des Schlußwortes meiner grundlegenden Arbeit vom Jahre 1906. Dadurch sehe ich mich veranlaßt, zur Entstehungsgeschichte des Kreiselkompasses folgende Tatsachen bekannt zu geben:

Vanden Boos hat in Deutschland zuerst einen nordweisenden Kreiselkompaß patentiert erhalten und derartige Instrumente in Paris und später, Ende der 80er Jahre, von der Firma Siemens & Halske in Berlin ausführen lassen. Diese Kreiselkompasse, die ich in der Sammlung der Firma 1905 vorfand, besaßen eine nur kleine Richtkraft, große Dämpfung und kurze Schwingungsdauer.

Aus den Akten ergab sich, daß die Konstrukteure einen Kreiseldrall wählten, bei welchem die Schwingungsdauer ein Minimum wurde, indem sie glaubten, dann ein Maximum der Richtkraft zu haben. Diesen Trugschluß klärte ich durch erstmalige Ableitung einer exakten Theorie des Kreiselkompasses auf.

Die Theorie ergab zunächst, daß die Richtkraft mit dem Drall des Kreisels unbegrenzt wächst, die Schwingungsdauer einer Schwingung um die Nord—Süd-Richtung dagegen ein Minimum hat, wenn das durch den Kreiseldrall gegebene scheinbare Trägheitsmoment des anzeigenden Systems gleich dem natürlichen ist. Da diese Gleichheit schon bei sehr kleinem Drall auftritt, so ergab sich zunächst ohne weiteres, weshalb die Vanden Boos-Apparate eine zu kleine Richtkraft besaßen, um genau in die Nord—Süd-Richtung einzuschwingen.

Weiter ergab die Theorie, daß die Schwingungsdauer ohne Änderung der Richtkraft durch Verkleinerung der metazentrischen Höhe des anzeigenden Systems beliebig vergrößert werden kann, und daß auf einem fahrenden Schiff der Kompaß durch Schiffsbeschleunigungen unzulässig gestört wird, wenn nicht die Schwingungsdauer auf $1/2$ bis $1^1/_2$ Stunden, je nach Schiffsgröße, gebracht wird. Aus diesem Ergebnis erklärte es sich, weshalb auch die praktischen Versuche in den Kriegsmarinen Frankreichs und Englands nach den Angaben von Dubois und Lord Kelvin mit kurzschwingenden Kreiselkompassen zu keinem Ergebnis hatten führen können.

1) Diese Zeitschr. 19, 343 bzw. 487, 1918.

Gegen einen Kompaß mit derartig langer Schwingungsdauer, wie die Theorie es verlangte, hatten indessen die zuständigen seemännischen Kreise schwere Bedenken, und ich wies pflichtgemäß in dem Schlußwort meines Aufsatzes auf diese rein praktischen seemännischen Bedenken hin. Ich habe also durchaus nicht, wie mir vielfach nachgesagt wird, angegeben, daß der Kreiselkompaß auf einem Schiff nicht richtig arbeitet, sondern ich habe im Gegenteil angegeben, wie man den bis dahin bekannten Kompaß abändern müsse, damit er richtig arbeitet.

Herr Anschütz-Kaempfe hatte sich bis zum Erscheinen meiner Arbeit mit der Herstellung eines Azimutapparates befaßt, das ist eines Kreiselapparates, bei dem die Kreiselachse nicht nach Norden einschwingt, sondern eine eingestellte Richtung unverändert beibehält; dies ergibt sich daraus, daß er in derselben Zeit, in welcher ich in der Firma Siemens & Halske meine Arbeit ausführte, eben dieser Firma seine Erfindung zum Kauf anbot, und dies Angebot abgelehnt wurde, weil die früheren Arbeiten Werner von Siemens, in Verbindung mit Van den Boos und meine damaligen theoretischen und praktischen Versuche die Fehler seiner Anschauungsweise und die praktische Undurchführbarkeit seiner Idee erkennen ließen. Auch bestätigte mir später sein Mitarbeiter, Herr Schuler, daß vor dessen Eintritt in die Firma Anschütz & Co., das heißt vor der Veröffentlichung meiner Arbeit 1906, Herr Anschütz-Kaempfe nicht versucht hat, einen nordweisenden Kreisel zu bauen. Nach der Veröffentlichung meiner Arbeit nahm er indessen trotz der geäußerten seemännischen Bedenken die Konstrukion auf, und es gelang ihm als Ersten, nach den von mir entwickelten Ideen einen praktisch brauchbaren Kompaß zu konstruieren und zu bauen. Dabei benutzte er die von mir abgeleitete Beziehung zwischen den Azimutschwingungen und den Elevationsschwingungen zur Konstruktion einer besonderen Dämpfungseinrichtung, zu der er genötigt war, weil bei dem langsam schwingenden Kompaß auch die von Van den Boos benutzte Flüssigkeitsdämpfung unverwendbar wurde.

Der praktische Gebrauch der ersten Kompasse ergab nun, daß die Vorteile des Kompasses die seemännischen Bedenken gegen die lange Schwingungsdauer überwogen. Die Bedenken lagen in erster Linie darin, daß eine durch einen Zufall verursachte Störung über mehrere Stunden anhält, und die Kompaßrose auch erst mehrere Stunden nach Inbetriebsetzung die Nordrichtung einnimmt.

Beim praktischen Gebrauch ergab sich nun noch ein weiterer Fehler, nämlich eine Störung des Kompasses durch Schlingerbewegung des Schiffes. Diesen Fehler zuerst theoretisch aufgeklärt zu haben, ist das Verdienst des Herrn Schuler, welcher auch zuerst in der Verwendung zweier gekoppelter Kreisel ein Mittel fand, den Fehler zu beheben.

Kiel, den 1. Oktober 1918.

(Eingegangen 16. Oktober 1918.)

BESPRECHUNGEN.

L. Graetz, Lehrbuch der Physik. gr. 8. 4. umgearbeitete Auflage. VI u. 486 S. m. 269 Abbild. Leipzig und Wien, Franz Deuticke. 1917. M. 10.—.

Daß die Kunst gemeinverständlicher Darstellung dem Verf. in hohem Maße zu eigen ist, ist so bekannt, daß es genügen würde, auf die früheren Auflagen dieses Lehrbuchs hinzuweisen, wenn der Verf. nicht in dieser Auflage den merkwürdigen Versuch gemacht hätte, die Mechanik von ihrer gewohnten Stellung am Anfang hinweg und in den V. Abschnitt hinter Wärme (II), Magnetismus (III) und Elektrizität (IV) zu verlegen. Es folgen dann noch: Molekulare Eigenschaften der Körper (VI), Wellenbewegung (VII), Schall (VIII) und Licht (IX). Abschnitt (I) bringt unter der Überschrift „Elementare Tatsachen und Begriffe" ein gut Teil Dinge, die man sonst der Mechanik zuzuordnen pflegt, so daß diese sich in zwei Teile getrennt darstellt und auch manches unnötigerweise doppelt gesagt wird. Man erhält ganz den Eindruck, als sei hier eine zweisemestrige Vorlesung wiedergegeben und ein Teil des in Abschnitt (V) gebotenen Wiederholungsstoffes stehe für diejenigen da, die den ersten Teil nicht gehört haben. Da das Buch nach des Verf. Angabe für Hochschulstudierende bestimmt sein soll, so möchte Referent noch den Wunsch aussprechen, daß die vielen störenden Ungenauigkeiten und veralteten Ausdrucksweisen in zukünftigen Auflagen ausgemerzt werden. Der Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten (§ 11) ist keine Erfahrungstatsache, sondern eine solche der Geometrie. Dagegen folgt der Satz vom Parallelogramm der Kräfte (§ 19) nicht aus der bloßen Möglichkeit, eine Einzelkraft durch eine Strecke zu veranschaulichen, sondern ist eine Tatsache der Erfahrung, aus welcher erst der Vektorcharakter der Kraft, d. h. der Parallelogrammsatz folgt. Die Erklärung von Selbstinduktion, elektrischen Schwingungen und Elektronenträgheit mittels des unglückseligen Begriffes vom „Extrastrom" sollte man in einem modernen Lehrbuch nicht mehr finden dürfen. Um so schmerzlicher vermißt man die elektromagnetische Feldenergie. Das Prinzip der Sie-

mens schen Maschine heißt „dynamoelektrisches", nicht aber „Dynamoprinzip". Aus dem Versagen des Gasthermometers als Messungsmittel läßt sich noch nicht die Bedeutung von —273 als „absoluter Nullpunkt" herleiten. W. Kaufmann.

H. Brick, Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. (Aus Natur und Geisteswelt, Bd. 235.) 2. Auflage. kl. 8. 113 S. m. 65 Abbild. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1918. M. 1.20, geb. M. 1.50.

Verf. gibt in der Einleitung eine kurze Übersicht der akustischen und optischen Telegraphen und geht dann im besonderen durch die einzelnen Apparate der Telegraphen- und Fernsprechtechnik im allgemeinen Verkehr. Von Neuerungen findet sich bei den Stromquellen die Erfindung des amerikanischen Ingenieurs Hewitt, nämlich die Verwendung des Quecksilberdampfgleichrichters in der Schaltung für die Umformung von Drehstrom. Es hat sich gezeigt, daß der Quecksilberdampf einmal den Widerstand verringert, den der Strom zwischen Kathode und Anode zu überwinden hat und dann kein Verbrauch der Kathode aus Quecksilber eintritt, wie es bei einer solchen aus Metall oder Kohle der Fall ist. Ungeeignet aber ist der Quecksilberdampfgleichrichter für das Umformen von Strömen von weniger als drei Ampère Stärke, hier hat sich bewährt der elektromagnetische Gleichrichter der deutschen Telephonwerke. In dem Bestreben die Leitungen besser auszunutzen kam man auf die Mehrfach- und Maschinentelegraphie, und hier ist der Typendruck-Schnelltelegraph von Siemens & Halske eine Errungenschaft der letzten Jahre und bisher unerreicht an Leistungsfähigkeit und Betriebssicherheit. An Hand von vier Abbildungen gibt der Verf. eine übersichtliche Beschreibung dieses Maschinentelegraphen und interessante Angaben über seine Anwendung und Leistungen im Telegraphenverkehr. Im Abschnitt Fernsprechtechnik behandelt er natürlich auch die neuen Systeme, wie Fernsprechstellen mit Nebenanschlüssen (Zentral-, Parallel- und Reihenschaltung, Anschlußdosen), selbstkassierende Fernsprechstellen, das Telegraphon und den Fernsprechverstärker System Lieben-Reiß, der kurz vor Ausbruch des Krieges in den deutschen Telegraphenverwaltungen Eingang fand. Der Verstärker, die Lieben-Lampe genannt, ist sehr empfindlich und läßt bei richtiger Einstellung den 30 fachen Wert des ankommenden Stromes erreichen und auch Ströme verstärken, welche weit unter der Hörbarkeitsgrenze des empfindlichsten Fernhörers liegen. Daher ist die Lampe nicht nur als Verstärker zwischen zwei langen Fernsprechleitungen, sondern auch am Ende einer Teilnehmerleitung zu verwenden. Kurz behandelt werden als besondere Zweige der Telegraphen- und Fernsprechtechnik auch der Telegraph und das Telephon im Heere, im Eisenbahnbetrieb und die Feuerwehrtelegraphen und elektrischen Kommando- und Signalanlagen. Zuletzt folgt die Telegraphen- und Fernsprechleitung, also Drähte und Stützpunkte für Freileitungen, Kabel und das elektrische Verhalten der Leitung. Diese verkürzte Inhaltsangabe und stellenweise Anführung der interessantesten Neuerungen in der Telegraphie mögen zu einem Durchlesen des ganzen Bändchens führen, welches anregend und unterhaltend geschrieben ist, denn ein Eingehen auf technische Einzelheiten ist vermieden, und nur Grundsächliches und Wesentliches gegeben worden. Immerhin dürfte der ganze Inhalt, wie der Verf. selbst wünscht, für den Verkehrsbeamten und Techniker als kurze Übersicht über das große Gebiet der Starkstromtechnik sehr erwünscht sein. Blaschke.

Zu Max Plancks sechzigstem Geburtstag. Ansprachen, gehalten am 26. April 1918 in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft von E. Warburg, M. v. Laue, A. Sommerfeld und A. Einstein, nebst einer Erwiderung von M. Planck. 8. 36 S. mit 1 Figur. Karlsruhe i. B., C. F. Müllersche Hofbuchhandlung. 1918. Preis brosch. M. 1.20.

Der große Hörsaal des Physikalischen Instituts der Berliner Universität faßte kaum die Zahl der Fachgenossen und Verehrer Plancks, die der Einladung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft zur Festsitzung und Feier seines sechzigsten Geburtstages gefolgt waren. Eine festliche Stimmung erfüllte den weiten Raum; die deutsche Physik ehrte sich selber, indem sie dem ersten und erfolgreichsten Theoretiker, dem Entdecker der Quanten, huldigte.

Der Präsident der Physikalisch-technischen Reichsanstalt E. Warburg eröffnete die Reihe der Ansprachen mit einer Darstellung der Verdienste, die sich Planck um die Deutsche Physikalische Gesellschaft erworben hat. Er war es, dem die Umwandlung der schon lange bestehenden Berliner Gesellschaft in eine Deutsche und damit die Zusammenfassung der deutschen Physik zu einer Körperschaft zu danken ist.

M. v. Laue gab eine eingehende Darstellung von Plancks thermodynamischen Arbeiten, die heute zum klassischen Bestande der Wissenschaft gehören. Für ihn selbst bedeuteten sie die Vorarbeiten zu dem großen Werke, das seinen Namen unsterblich machen sollte, zur Entdeckung der Quanten. Wie diese entstanden ist und zu welchen Triumphen sie geführt hat, davon wußte A. Sommerfeld ein lebendiges Bild zu entwerfen; er formulierte den Sinn der Quantentheorie als die Aufgabe des Stetigkeitsaxioms in der Physik und führte die Hörer auf kurzem Pfade durch das Dickicht der Atomtheorie, in das durch die Quanten die ersten Lichtungen geschlagen worden sind. Zum Abschluß seines Vortrages berichtete er über ein neues, verheißungsvolles Ergebnis, das die Gesetzmäßigkeit der Atomvolumina bezw. Atomgrößen im periodischen System der Elemente betrifft.

Hatten sich diese Ansprachen mit den Einzelheiten von Plancks wissenschaftlichen Wirken befaßt, so führte die Ansprache Einsteins auf die hohe Warte, von der das Treiben der Menschen vor dem philosophischen Blicke ausgebreitet liegt und sichtbar wird, wer in den Niederungen bleibt und wer daraus emporsteigt. Einsteins Worte waren ein schönes Bekenntnis zur Heiligkeit der Wissenschaft, zu deren Tempelhüter er so gut wie Planck bestellt ist.

Planck selbst ergriff zum Schluß das Wort zu einer humorvollen Erwiderung, die durch die Bescheidenheit seiner reinen Persönlichkeit eingegeben war. Als das Ziel seiner Forschung bekannte er die Versöhnung der Quantentheorie mit der klassischen Undulationstheorie des Lichts. Möge ihm die Lösung des Quantenrätsels gelingen. M. Born.

E. Gumlich, Leitfaden der magnetischen Messungen, mit besonderer Berücksichtigung der in der Physikal.-Technischen Reichsanstalt verwendeten Methoden und Apparate, nebst einer Übersicht über die magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe. gr. 8. VIII u. 228 S. mit 82 Abbild. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1918. Geh. M. 12.—, geb. M. 14.40.

In den physikalischen Lehrbüchern aller Größenordnungen, vom kurzen Abriß in Westentaschenformat bis zum Handbuch, nimmt die Elektrizität den ihr gebührenden breiten Raum ein. Der Magnetismus dagegen wird vielfach noch etwas stiefmütterlich behandelt. Über magnetische Messungen und Meßapparate findet sich, namentlich in den kleineren Büchern, nur äußerst wenig oder gar nichts, und doch sind diese speziell für den Studierenden der angewandten Elektrizität zum mindesten ebenso wichtig wie die rein elektrischen Messungen. Wenn uns daher jetzt ein Leitfaden der magnetischen Messungen geboten wird, so entspricht er einem wirklich vorhandenen Bedürfnis und ist daher auf das wärmste zu begrüßen, namentlich, da er auch von so berufener Seite kommt wie aus der Feder Gumlichs, des bekannten Führers und erfolgreichen Forschers auf diesem Gebiete.

Das Buch zerfällt in vier Teile, in deren erstem die magnetischen Grundbegriffe — Polstärke, Feldstärke, Induktion, Intensität, Entmagnetisierung — definiert und erläutert werden, und zwar in einer so glücklichen Art und Weise, daß sie nicht nur dem mathematischen Verstande, sondern auch der Anschauung näher gebracht werden. Der zweite Teil, der eigentliche Hauptteil, bringt eine genaue Beschreibung aller wichtigeren Meßapparate und Meßmethoden. Hierbei werden die einzelnen Methoden durch ausführliche Meßprotokolle und Meßbeispiele erläutert. Die Darstellung ist so gehalten, daß sie es jedem, der über die nötigen Grundlagen verfügt, ermöglicht, sich eine hinreichende Kenntnis der Methoden und Apparate anzueignen. Im dritten Teil werden die magnetischen Eigenschaften einer Reihe wichtiger Eisenlegierungen und anderer ferromagnetischer Substanzen gebracht und durch eine Anzahl mikrophotographischer Aufnahmen ergänzt. Der vierte Teil endlich enthält in Tabellenform die Magnetisierungskurve einer Reihe wichtiger Substanzen.

Das Buch wird in erster Linie dem Studierenden und dem Anfänger in der Praxis dienen, der sich mit magnetischen Messungen ernstlich zu befassen hat. Es wird darüber hinaus aber auch jedem Praktiker ein wertvolles Hilfsmittel und Nachschlagewerk sein. Daß in erster Linie die Methoden berücksichtigt worden sind, die bei der Reichsanstalt zur Verwendung kommen, ist keine einseitige Beschränkung des Stoffes, sondern im Gegenteil ein Vorzug; denn überall in der Praxis wird ja bei strittigen Fragen die Reichsanstalt als entscheidende Instanz angerufen, und gelten die dort ausgeführten Messungen als maßgebend.

V. Pieck.

M. Gerbel, Die Grundgesetze der Wärmestrahlung und ihre Anwendung auf Dampfkessel mit Innenfeuerung. gr. 8. VI u. 76 S. mit 26 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1917. M. 2.40.

Die vorliegende Schrift, deren Gedankengänge ursprünglich in der Zeitschrift der Dampfkesseluntersuchungs- und Versicherungsgesellschaft (1915) veröffentlicht wurden, gehört einem jener problemreichen Grenzgebiete der Physik und Technik an, deren Beackerung mit verhältnismäßig geringer Mühe wertvolle Früchte zeitigt. Der Verf. leitet auf Grund des Lambertschen Cosinusgesetzes die allgemeinen Ansätze dafür her, wie die von einer beliebigen Fläche nach einer anderen beliebigen Fläche durch Strahlung übertragene Wärme rechnerisch zu ermitteln ist. Ohne Zweifel füllt er damit eine wirkliche Lücke in der Handbuchliteratur aus, und seine Ergebnisse sind nicht nur für die Wärmetechnik, sondern für die ganze elementare Strahlungstheorie von Bedeutung und lassen sich beispielsweise auf die Beleuchtungstechnik ohne jede Schwierigkeit übertragen, wiewohl sie zunächst eigentlich nur auf die Theorie der Dampfkesselfeuerung zugeschnitten sind. Die Rechenmethoden sind ganz elementar gehalten und werden dank der Klarheit und Ausführlichkeit der Entwicklungen auch dem verständlich sein, der die Integralrechnung nicht gerade zu seinem alltäglichen Arbeitszeug zählt. Die Schrift ist zwar auch dem Physiker zu empfehlen, wendet sich aber, naturgemäß in erster Linie an den Ingenieur, für den die an sorgfältig ausgewählten Beispielen berechneten Wärmebilanzen der gebräuchlichen Dampfkesseltypen von Interesse sein mögen.

R. Grammel.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ord. Professor der darstellenden Geometrie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Hans Mohrmann zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Basel.

Verliehen: Dem früheren Privatdozenten für Physik an der Universität Berlin Dr. Leo Arons der Titel Professor.

Gesuche.

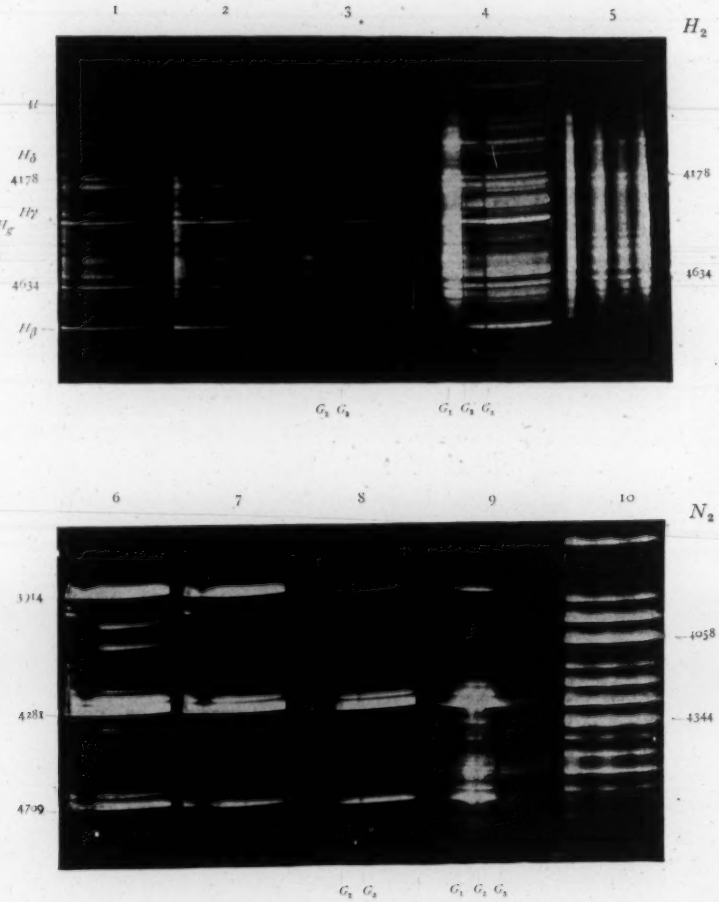
Physiker

Dr. phil. nat., langjähriger Universitätsassistent mit praktischer Erfahrung in der drahtlosen Telegraphie sucht Anstellung in größerem technischen Betrieb. Anträge mit Bedingungen unter **S. H. 536** an den Verlag der Physikal. Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2.

Physiker,

Dr. phil., bisher im Ausland tätig, sucht Assistentenstelle an einer Universität zwecks späterer Habilitation. Angebote unter **E. O. C.** an den Verlag S. Hirzel, Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. Peter Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



R. Holm u. Th. Krüger, Zur Erklärung des Hittorfschen Kathodendunkelraumes einer Glimmentladung.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.